ÜBER DAS REGULIERPROBLEM IN DER ELEKTROTECHNIK

VON

A. SCHWAIGER
DIPLOM-INGENIEUR IN CHARLOTTENBURG

VON DER KGL. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU MÜNCHEN ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN (DOKTOR-INGENIEURS) GENEHMIGTE DISSERTATION

REFERENT: PROFESSOR JOHANN OSSANNA
KORREFERENT: PROFESSOR DR. KURT HEINKE

DRUCK VON B. G. TEUBNER IN LEIPZIG 1908

HERRN

PROF. DR. M. SCHRÖTER

GEWIDMET

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 1

I. Die dynamische Theorie der direkt wirkenden Regulatoren . . . 5

A. Anordnung 5

B. Der Reguliervorgang 10

1. Differentialgleichung für die Regulatorbewegung 10
2. Differentialgleichung für die Generatorspannung 16
3. Differentialgleichung für den Reguliervorgang 19

C. Die Stabilität des Reguliervorganges 22

1. Einfluß der einzelnen Größen 22
2. Einfluß der vernachlässigten Größen 26
3. Geschwindigkeit der Regulierung 27

D. Versuchsergebnisse 30

II. Die dynamische Theorie der indirekt wirkenden Regulatoren . . 33

A. Anordnung 33

B. Der Reguliervorgang 35

1. Differentialgleichung für den Reguliervorgang 35
2. Das Regulierdiagramm 41
3. Graphische Konstruktion des Regulierdiagrammes 50

C. Die Stabilität des Reguliervorganges 57

1. Die kritische Reguliergeschwindigkeit 57
2. Einfluß der vernachlässigten Größen 62
3. Dauer des Reguliervorganges 68

D. Versuchsergebnisse 69

III. Der Tirrill-Regulator 72

A. Prinzip der Schnellregulierung 72

B. Anordnung 74

1. Einfachste Anordnung 74
2. Regulierung durch die Erregermaschine 80
3. Wirkliche Anordnung 86

C. Die Stabilität des Reguliervorganges 89

1. Der Reguliervorgang 89
2. Einfluß der vernachlässigten Größen 95
3. Dauer des Reguliervorganges 96

D. Versuchsergebnisse 97

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555409_0019

Einleitung.

„Regulieren“ heißt, eine (physikalische) Größe einer Maschine (Tourenzahl, Spannung) entweder unabhängig von einer anderen Größe konstant, oder in vorgeschriebenen Grenzen halten, oder in eine vorgeschriebene Abhängigkeit von einer anderen Größe bringen.

Apparate, die in der angegebenen Weise selbsttätig regulieren, heißt man Regulatoren.

Unter dem Regulierproblem oder der dynamischen Theorie der Regulatoren versteht man die Aufgabe, das Verhalten der Regulatoren und der regulierten Maschine während eines Reguliervorganges analytisch oder graphisch zu verfolgen.

Je nach der Art der regulierten Maschine unterscheidet man Regulatoren von Kraftmaschinen und Regulatoren von elektrischen Maschinen.

Die dynamische Theorie der Regulatoren von Kraftmaschinen bildet einen Hauptabschnitt der theoretischen Maschinenlehre.

Die dynamische Theorie der Regulatoren von elektrischen Maschinen ist nur bekannt, soweit sie sich auf die sogenannten Kompoundierungsanordnungen erstreckt.

Aufgabe der vorliegenden Arbeit soll sein, die dynamische Theorie der anderen Gattung von elektrischen Regulatoren aufzustellen, nämlich derjenigen, die durch die elektrisch beeinflußten Bewegungen mechanischer Einrichtungen (Relais) wirken.

Diese Regulatoren lassen sich in 2 Gruppen teilen:

1. Regulatoren, die von der zu regulierenden Größe beeinflußt werden.
2. Regulatoren, die von einer davon unabhängigen Größe beeinflußt werden.

Der wesentliche Unterschied zwischen diesen zwei Arten von Regulatoren soll durch ein Beispiel näher erläutert werden.

Es soll z. B. die Spannung eines Gleichstromgenerators unabhängig von der Belastung konstant gehalten werden.

Dies kann auf folgende Weise geschehen.

a) Ein Relais (Regulator) ist bei der konstant zu haltenden Spannung ausbalanziert. Bei einer Belastungsänderung ändert sich die Spannung des Generators, und damit wird das Gleichgewicht des Regulators gestört. Dadurch wird eine gewisse Kraft im Relais frei, die zur Verstellung des Regulierwiderstandes benützt wird, so daß die Spannung wieder ihrem normalen Werte zustrebt. In dem Maße nun, als die Spannung sich ihrem normalen Werte nähert, nimmt die vom Regulator geäußerte Kraft wieder ab und wird zu Null, wenn die Spannung wieder normal ist. Von diesem Augenblick an hört die Beeinflussung des Regulierwiderstandes auf, und der Reguliervorgang ist beendet.

b) Es kann auch ein Relais angeordnet werden, das vom Belastungsstrom beeinflußt wird und zwar so, daß eine Feder der Zugkraft des Relais bei dem jeweiligen Belastungsstrome das Gleichgewicht hält. Da bei jedem Strome die beweglichen Teile des Relais eine andere Lage einnehmen, kann durch eine geeignete Kupplung des Regulierwiderstandes mit dem Relais erreicht werden, daß die Generatorspannung unabhängig vom Strome wird.

Man erkennt also folgendes:

1. Bei beiden Regulieranordnungen (und das gilt ganz allgemein für jede Regulieranordnung) kann man 3 wesentliche Organe unterscheiden; nämlich:

das regulierte Organ (Generator mit Magnetsystem),

das Organ, mit Hilfe dessen reguliert wird (Regulierwiderstand),

das regulierende Organ (Regulator, Relais).

2. Bei Anordnung a) bilden diese 3 Organe durch ihre gegenseitige Beeinflussung eine in sich geschlossene Kette; denn der Generator, der durch den Regulator vermittels des Regulierwiderstandes beeinflußt wird, wirkt wieder auf den Regulator zurück, da der Regulator ja von der konstant zu haltenden Größe beeinflußt wird.

Bei Anordnung b) ist die Verkettung der Organe keine geschlossene; denn der Regulator wird von der konstant zu haltenden Größe gar nicht direkt beeinflußt, sondern nur soweit, als der Generatorstrom und die Spannung voneinander abhängen. Der Regulator kann im Gleichgewicht sein, ohne daß die Spannung normal ist.

3. Der Reguliervorgang wird bei beiden Anordnungen durch die Verstellkraft des Regulators bewirkt.

4. Die Verstellkraft des Regulators der Anordnung a) hängt von der Spannungsänderung ab und nicht von der Größe der Last; die des Regulators der Anordnung b) hängt vom Belastungsstrom ab, ist also variabel.

Das Hauptgewicht wird im folgenden auf die Entwicklung der dynamischen Theorie der Regulatoren der ersten Art gelegt, da die dynamische Theorie der Regulatoren der zweiten Art keine besonderen Schwierigkeiten bietet und sich leicht übersehen läßt.

Es lassen sich wieder zwei Gruppen von den Regulatoren, die von der konstant zu haltenden Größe beeinflußt werden, unterscheiden, nämlich:

Regulatoren

Regulatoren von Kraftmaschinen

Regulatoren von elektrischen Maschinen

Mechanische Regulatoren

Kompoundierungsanordnungen.

Regulatoren, die von der zu regulierenden Größe beeinflußt werden

Regulatoren, die von einer davon unabhängigen Größe beeinflußt werden.

Direkt wirkende Regulatoren.

Indirekt wirkende Regulatoren.

(siehe direkt wirkende Regulatoren.)

direkt wirkende Regulatoren,
und indirekt wirkende Regulatoren.

Dabei sind unter direkt wirkenden Regulatoren solche verstanden, welche das Steuerorgan (Regulierwiderstand) unmittelbar (direkt) beeinflussen, denen also bei jeder Last eine ganz bestimmte Stellung zukommt, und unter indirekt wirkenden Regulatoren solche, welche das Steuerorgan nicht selbst, sondern mittelbar (indirekt) beeinflussen, nämlich mit Hilfe eines sogenannten Servomotors. Bei der Anordnung mit indirekt wirkendem Regulator ist die Lage des Regulators unabhängig von der jeweiligen Last.

Die Regulatoren, die nicht von der zu regulierenden Größe beeinflußt werden, sind stets direkt wirkende Regulatoren.

Die Einteilung der Regulatoren ist im Schema S. 3 zusammengestellt. Die in der vorliegenden Arbeit behandelten Regulatoren sind durch den Druck besonders hervorgehoben.

Die Hauptabschnitte der vorliegenden Abhandlung werden demnach sein:

I. Die dynamische Theorie der direkt wirkenden Regulatoren.

II. Die dynamische Theorie der indirekt wirkenden Regulatoren.

Hierzu kommt noch:

III. Die Theorie des Regulators nach Tirrill,

der seiner Wirkungsweise nach zwar ein direkt wirkender Regulator ist, wegen seiner gänzlich neuartigen Anordnung aber gesondert behandelt werden soll.

I. Die dynamische Theorie der direkt wirkenden Regulatoren.

A. Anordnung.

Die Regulieranordnung mit einem direkt wirkenden Regulator, der von der zu regulierenden Größe beeinflußt wird, besitzt im wesentlichen die Einrichtung, die Fig. 1 zeigt.

Ein Generator G arbeitet auf die Sammelschienen S, deren Spannung konstant gehalten werden soll. Die Erregerwicklung des Generators wird von der Batterie A gespeist, und zwar ist die Anordnung so getroffen, daß der Erregerstrom durch Zu- und Abschalten von Zellen der Batterie A mittels des Zellenschalters H reguliert werden kann. Die Regulierung des Generators auf konstante Spannung erfolgt automatisch durch den Regulator R.

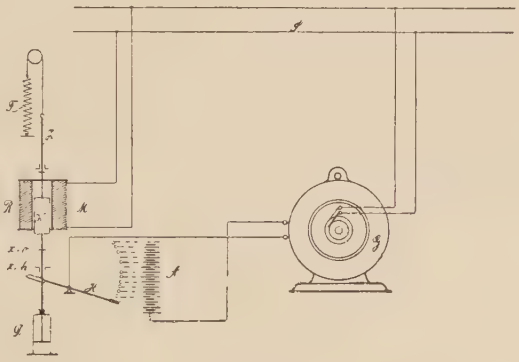

Fig. 1.

Damit sind die 3 wesentlichen Organe der Regulieranordnung genannt. Nur ist hier als Steuerorgan nicht, wie früher angenommen wurde, ein Regulierwiderstand, sondern ein Zellenschalter angeordnet.

Der Regulator besteht aus einer Spule M, die von der konstant zu haltenden Spannung gespeist wird und eine bestimmte Zugkraft P auf einen Kern K ausübt. Diese Zugkraft P ist von

der an der Spule herrschenden Spannung E abhängig, und zwar sei:

$$P = bE^2,$$

wenn b eine Konstante ist.

Bei der konstant zu haltenden Spannung E_n sei die Zugkraft P_n so groß, daß der Kern K mit dem Eigengewicht Q gerade in der Schwebe gehalten wird; also:

$$Q = P_n = bE_n^2.$$

Es wird nun angenommen, daß die Zugkraft P auf den Kern in dem in Betracht kommenden Bereich unabhängig von der Lage des Kernes K in der Spule ist. Bezeichnet man die jeweilige Stellung des Kernes mit $\frac{x}{h}$, wobei $x = 0$ die höchste und $x = h$ die tiefste Lage des Kernes in der Spule ist (h = Hub des Kernes), so soll also sein:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial b}{\partial x} = 0.$$

Der Kern K trägt ein Gestänge Z, mit dem der Zellenschalter und der Kolben eines Ölkataraktes gekuppelt ist. Das Gewicht des Gestänges samt Zubehör sei durch die Feder F oder ein Gegengewicht q ausbalanziert. (Natürlich kann auch nach Bedarf ein Teil des Kerngewichtes mit ausbalanziert werden.)

Die Regulierung geht nun auf folgende Art vor sich:

Der Generator möge gerade leer laufen. Der Regulator nimmt hierbei die Lage $x = 0$ ein. Wird nun der Generator plötzlich belastet, dann sinkt die Netzspannung und damit die Zugkraft der Spule auf den Kern. Infolgedessen ist das Gleichgewicht des Regulators gestört, und der Kern K wird sich nach abwärts bewegen. Dabei wird der Zellenschalter H in dem Sinne verschoben, daß die Erregerspannung E_e erhöht wird. Dadurch steigt die Netzspannung wieder an. Bei der normalen Spannung E_n ist der Kern nach den oben gemachten Annahmen in jeder Lage ausbalanziert, er bleibt infolgedessen in seiner neuen Lage stehen, sobald die Spannung ihren normalen Wert angenommen hat.

Ist das Gestänge usw. des Regulators durch ein Gegengewicht q ausbalanziert, dann ist die Verstellkraft Θ des Regulators unabhängig von der Lage des Kernes in der Spule und gleich dem der Zugkraft P_n entgegenwirkenden Gewicht, also:

$$\Theta = Q.$$

Ist das Gestänge durch eine Feder F ausbalanziert, und ist zur Spannung der Feder die Kraft $c \frac{x}{h}$ (c = Federkonstante) notwendig, dann nimmt die Verstellkraft des Regulators mit zunehmendem x ab; in diesem Falle ist die Verstellkraft:

$$\Theta = Q - c \frac{x}{h}.$$

Infolge der Reibung in den Führungen und Gelenken ist ein bestimmter Widerstand W zu überwinden, um den Kern aus seiner Ruhelage zu verschieben. Die konstant zu haltende Spannung kann also um die kleinen Beträge $\pm \Delta E_n$ von E_n abweichen, ohne daß der Regulator zum Ansprechen kommt. Die Zahl, die angibt, um wieviel sich die Spannung nach oben und unten ändern muß, um den Regulator zum Ansprechen zu bringen, bezogen auf die Spannung E_n, nennt man den Unempfindlichkeitsgrad ε des Regulators.

Es ist also:

$$\varepsilon = \frac{2 \Delta E_n}{E_n}.$$

Die Unempfindlichkeit des Regulators hängt bei gegebenem Widerstand W von der Verstellkraft des Regulators ab Denn je größer diese ist, desto mehr Kraft wird bei ein und derselben Spannungsänderung frei. Es besteht die Beziehung:

$$\varepsilon = \frac{W}{\Theta}.$$

In den folgenden Ableitungen ist ε so klein angenommen, daß der Reguliervorgang durch die Unempfindlichkeit nicht mehr beeinflußt wird, so daß also auf den Unempfindlichkeitsgrad bei der Rechnung keine Rücksicht genommen zu werden braucht.

Die Spannung, auf die der Regulator in der Lage $\frac{x}{h}$ einstellt, hängt von der Größe der nach unten wirkenden Kraft am Kerne K ab. Wenn das Gewicht des Gestänges durch ein Gegengewicht q ausbalanziert ist, dann ist die nach unten wirkende Kraft unabhängig von der Lage des Kernes. In diesem Falle stellt der Regulator in jeder Lage auf die gleiche Spannung ein.

Ist jedoch das Gestänge durch eine Feder F ausbalanciert, dann ist die nach unten wirkende Kraft des Regulators $\left(Q - c\frac{x}{h}\right)$. Dieser Kraft muß im Gleichgewichtszustand die Zugkraft P das Gleichgewicht halten. Es besteht also die Beziehung:

$$P = b \cdot E^2 = Q - c\frac{x}{h}.$$

Daraus erhält man:

$$E = \sqrt{\frac{Q - c\frac{x}{h}}{b}};$$

d. h. die Spannung, auf die der Regulator einstellt, nimmt mit zunehmendem x ab.

Bei Leerlauf ($x = 0$) stellt der Regulator auf die Spannung E_L ein:

$$E_L = \sqrt{\frac{Q}{b}}.$$

Bei Volllast ($x = h$) auf die Spannung E_V:

$$E_V = \sqrt{\frac{Q - c}{b}}.$$

Das Verhältnis δ:

$$\delta = \frac{E_L - E_V}{\frac{E_L + E_V}{2}}$$

nennt man den Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators.

Es ist also:

$$\delta = \frac{\sqrt{\frac{Q}{b}} - \sqrt{\frac{Q-c}{b}}}{\sqrt{\frac{Q}{b}} + \sqrt{\frac{Q-c}{b}}}.$$

Man sieht, daß die Federkonstante c bei gegebenem Q und b ein Maß für den Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators ist. Für $c = 0$ wird natürlich $\delta = 0$.

Kraftmaschinenregulatoren mit Ungleichförmigkeitsgrad nennt man statische und solche ohne Ungleichförmigkeitsgrad astatische Regulatoren. Nach diesem Vorgang sollen auch die Regulatoren von elektrischen Maschinen mit Ungleichförmigkeitsgrad statisch

und solche ohne Ungleichförmigkeitsgrad astatisch genannt werden.

Ähnlich wie bei Kraftmaschinenregulatoren kann man auch bei Regulatoren von elektrischen Maschinen die Wahrnehmung machen, daß der Regulator bei einer Laständerung sich nicht aperiodisch in seine neue Lage bewegt, sondern unter Umständen zu pendeln beginnt. Es besteht nun die Aufgabe, die Bedingungen aufzustellen, die erfüllt sein müssen, wenn der Reguliervorgang stabil sein soll. Dabei ist unter der Stabilität des Reguliervorganges verstanden, daß die Schwingungen, die der Regulator um seine neue Ruhelage vollführt, mit zunehmender Zeit abklingen.

Die Bedingung für die Stabilität des Reguliervorganges wird aus der Differentialgleichung für den Reguliervorgang abgeleitet. Zur Aufstellung dieser Differentialgleichung führt folgende Überlegung.

1. Die beim Reguliervorgang frei werdende Kraft des Regulators hat, wie schon öfters erwähnt wurde, eine Bewegung des Kernes K und der damit gekuppelten Teile des Regulators zur Folge. Die bewegten Teile und der Kern K nehmen aber wegen der Trägheit ihrer Massen und der dämpfenden Wirkung der Ölbremse die ihnen bei der frei werdenden Kraft zukommende Geschwindigkeit nicht sofort, sondern allmählich an. Es ist also zunächst zu untersuchen, nach welchem Gesetze sich der Regulator allein, d. h. wenn er vom Stellzeug (Zellenschalter) losgekuppelt ist, unter dem Einfluß einer konstanten oder mit der Zeit variierenden Kraft bewegt.

2. Beim Reguliervorgang wird durch den Regulator der Zellenschalter verstellt. An den Magneten des Generators liegt also eine mit der Bewegung des Regulators variierende Erregerspannung. Es ist bekannt, daß der zu einer bestimmten Erregerspannung gehörige stationäre Strom nicht momentan, sondern wegen der magnetischen Trägheit nur allmählich entsteht. Das Gesetz für den Verlauf des Erregerstromes und der Generatorspannung bei einer variablen Erregerspannung wird aus der Differentialgleichung für den Generator erhalten.

Diese beiden Differentialgleichungen bilden, da sich die

Regulatorbewegung und Generatorspannung gegenseitig beeinflussen, ein simultanes System von 2 Differentialgleichungen, aus dem dann die Differentialgleichung für die Regulatorbewegung erhalten wird.

In dem folgenden Kapitel über den Reguliervorgang muß also:

1. Die Differentialgleichung für die Regulatorbewegung und
2. Die Differentialgleichung für die Generatorspannung aufgestellt werden. Aus diesen beiden wird dann
3. Die Differentialgleichung für den Reguliervorgang gewonnen.

B. Der Reguliervorgang.

1. Differentialgleichung für die Regulatorbewegung.

Es wird angenommen, daß der Regulator vom Steuerorgan (Zellenschalter) losgekuppelt ist, und daß er in der Lage $\frac{x_0}{h}$ im Gleichgewicht sei. Der Kern K werde nun von Hand aus in eine tiefere Lage gebracht und dann wieder freigegeben. Es besteht nun die Aufgabe, zu untersuchen, wie sich der Regulator von dem Augenblick an, da er freigegeben ist, bewegt.

Um den Kern K aus seiner Gleichgewichtslage in eine andere Lage zu bringen, muß eine gewisse Kraft aufgewendet werden; denn es sind folgende Widerstände zu überwinden:

1. Der Trägheitswiderstand: $m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$;
2. Der Reibungswiderstand: $k \cdot \frac{dx}{dt}$;
3. Der Widerstand der Feder: $c \cdot \frac{x - x_0}{h}$.

Dabei bedeutet m die Masse der bewegten Teile des Regulators, k den Dämpfungsfaktor, c die Federkonstante, h den Hub und t die Zeit.

Wird der Regulator freigegeben, so wird er von der Feder F in die alte Lage zurückgezogen. Dabei vollführt er Bewegungen, die der Bedingung unterliegen:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -k \frac{dx}{dt} - c \frac{x - x_0}{h}.$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist bekannt. (Siehe z. B. Lorenz, Lehrbuch der Technischen Physik Bd. 1.)

Setzt man nämlich:

$$x - x_0 = A\varepsilon^{\varrho t}; \quad \frac{dx}{dt} = A\varrho\varepsilon^{\varrho t}; \quad \frac{d^2x}{dt^2} = A\varrho^2\varepsilon^{\varrho t}$$

(ε = Basis des natürlichen Logarithmus), so ergibt sich zur Ermittlung von ϱ die Gleichung:

$$m\varrho^2 + k\varrho + \frac{c}{h} = 0,$$

mit den Wurzeln:

$$\varrho_{1,2} = -\frac{k}{2m} \pm \sqrt{\frac{k^2}{4m} - \frac{c}{h \cdot m}}.$$

Es ist nun zu unterscheiden:

a) Die Wurzeln ϱ_1, ϱ_2 sind reell und negativ, solange:

$$\frac{k^2}{4m} > \frac{c}{h},$$

oder

$$k > 2\sqrt{\frac{c}{h} \cdot m}.$$

Das allgemeine Integral lautet, wenn A_1, A_2 Konstante sind und $\sqrt{\frac{k^2}{4m^2} - \frac{c}{h \cdot m}}$ gleich ϱ_0 gesetzt wird:

$$x - x_0 = A_1\varepsilon^{-\left(\frac{k}{2m} - \varrho_0\right) \cdot t} + A_2\varepsilon^{-\left(\frac{k}{2m} + \varrho_0\right) \cdot t},$$

oder auch:

$$x - x_0 = \varepsilon^{-\frac{k}{2m} \cdot t}(A_1\varepsilon^{+\varrho_0 t} + A_2\varepsilon^{-\varrho_0 t}).$$

Diese Gleichung für x sagt aus, daß sich der Kern aperiodisch in seine ursprüngliche Lage zurückbewegt.

b) Die Wurzeln ϱ_1, ϱ_2 sind imaginär, wenn:

$$k < 2\sqrt{\frac{c}{h} \cdot m}.$$

Also:

$$\varrho_{1,2} = -\frac{k}{2m} \pm j \cdot \sqrt{\frac{c}{h \cdot m} - \frac{k}{4m^2}};$$

$$= -\frac{k}{2m} \pm j \cdot \varrho_0,$$

wobei $j = \sqrt{-1}$ ist.

Das allgemeine Integral kann dann in der Form dargestellt werden:

$$x - x_0 = A_1 \varepsilon^{-\frac{k}{2m} \cdot t} \cdot \sin \varrho_0 (t - \vartheta),$$

wenn A_1 und ϑ die Integrationskonstanten sind.

Diese Gleichung von x sagt aus, daß der Regulator um seine alte Ruhelage oszillatorische Bewegungen ausführt. Die Schwingungsamplituden nehmen aber mit zunehmender Zeit stets ab.

Wird in der ursprünglichen Differentialgleichung $c = 0$ gesetzt, dann geht diese über in:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -k \frac{dx}{dt}.$$

Da jetzt die „Richtkraft“ $c \frac{x}{h}$ gleich Null ist, bleibt der Regulator in jeder Lage, in die er von Hand aus gebracht wird, in Ruhe.

Wirkt auf den Regulator eine konstante Kraft p (Übergewicht), also:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -k \frac{dx}{dt} - p,$$

dann bewegt sich der Regulator mit der Geschwindigkeit v:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{p}{k} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{\frac{m}{k}}} \right),$$

d. h. die Geschwindigkeit geht nach unendlich langer Zeit in die gleichförmige Geschwindigkeit $\frac{p}{k}$ über. Auf keinen Fall aber können oszillatorische Bewegungen auftreten.

Wenn $c > 0$ ist, wird der Regulator statisch, und wenn $c = 0$ ist, wird er astatisch genannt, wie von früher her bekannt ist.

Darnach ist also ein statischer Regulator für sich allein schwingungsfähig. Durch eine genügend starke Dämpfung kann jedoch verhindert werden, daß der Regulator oszillatorische Bewegungen ausführt. Ein astatischer Regulator ist jedoch auf keinen Fall für sich allein schwingungsfähig.

Bisher wurde der Fall betrachtet, daß der Regulator nach Einwirkung einer Kraft sich selbst überlassen wurde, oder daß er unter dem Einfluß einer konstanten Kraft p war. In Wirklichkeit ist die Kraft, die auf den Kern des Regulators wirkt, variabel, da sie von der variablen Spannung E des Generators abhängt.

Der Vorgang, welcher der analytischen Betrachtung zugrunde gelegt wird, ist nämlich folgender:

Der Regulator habe eine bestimmte, der momentanen Belastung entsprechende Stellung, in der er etwa von Hand aus festgehalten werden möge. Es soll sich nun die Belastung und damit die Klemmenspannung plötzlich ändern. Um die Klemmenspannung wieder auf den normalen Betrag zu bringen, ist ein anderer Erregerstrom, d. h. eine andere Klemmenspannung notwendig. Gibt man jetzt, nachdem die Änderung der Klemmenspannung voll aufgetreten ist, den Regulator frei — und von da ab beginnt der Reguliervorgang — so muß er sich in Richtung der der jetzigen Belastung entsprechenden, neuen Ruhelage bewegen. Jede Bewegung des Regulators hat eine Änderung des Erregerstromes und damit der Klemmenspannung zur Folge, und mit der Klemmenspannung eine Änderung der Zugkraft des Regulators. Die Kraft, die auf den Kern wirkt, ist bei der getroffenen Anordnung:

$$Q - P = Q - bE^2.$$

Da der Regulator den Erregerstrom des Generators beeinflußt, ist es vorteilhafter, wenn die auf den Kern wirkende Kraft auch als Funktion des Erregerstromes und nicht der Generatorspannung dargestellt wird.

Die Generatorspannung ist eine eindeutige Funktion des Erregerstromes. Die Abhängigkeit der Generatorspannung vom Erregerstrom wird durch die Charakteristik des Generators dargestellt.

Ersetzt man das in Betracht kommende Stück der Charakteristik des Generators durch eine Gerade, dann ist die Abhängigkeit der beiden gegeben durch die Gleichung:

$$E = g + l\,i = l\left(\frac{g}{l} + i\right),$$

wenn E die Generatorspannung, g und l zwei Konstante und i der Erregerstrom ist.

Wird die Selbstinduktion der Spule des Regulators als klein vernachlässigt, dann kann der Wert von E direkt in die Gleichung von P eingesetzt werden.

Also:

$$P = b \cdot E^2 = b l^2 \left(\frac{g}{l} + i\right)^2.$$

Die Kraft, welche den Kern des Regulators zu bewegen sucht, ist also:

$$Q - b l^2 \left(\frac{g}{l} + i\right)^2.$$

Die allgemeine Differentialgleichung für die Regulatorbewegung lautet jetzt:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + k\frac{dx}{dt} + c\frac{x}{h} + c - Q + b l^2 \left(\frac{g}{l} + i\right)^2 = 0.$$

Nun war x_0 die ursprüngliche Regulatorstellung und i_0 der frühere Erregerstrom. Es ist also, da bei x_0 und i_0 Gleichgewicht herrschte,

$$c\frac{x_0}{h} = Q - b l^2 \left(\frac{g}{l} + i_0\right)^2.$$

Durch Subtraktion dieser Gleichung von der allgemeinen Differentialgleichung ergibt sich die spezielle Gleichung

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + k\frac{dx}{dt} + c\frac{x - x_0}{h} + b l^2 (i - i_0)\left(\frac{2g}{l} + i + i_0\right) = 0.$$

Setzt man

$$i - i_0 = u; \quad x - x_0 = v$$

und ersetzt man $i + i_0$ durch $2 i_0$, da u gegen $2 i_0$ vernachlässigt werden kann, so erhält man für die beiden gesuchten Zeitfunktionen u und v die Differentialgleichung

$$m\frac{d^2v}{dt^2} + k\frac{dv}{dt} + c\frac{v}{h} + 2 b l^2 \left(\frac{g}{l} + i_0\right) u = 0. \qquad \text{(I)}$$

Dies ist die Hauptgleichung für die Regulatorbewegung und die 1. Gleichung des simultanen Systems zur Beschreibung des Reguliervorganges.

Im Anschluß daran soll noch die Theorie der Regulatoren, die von einer von der zu regulierenden Größe unabhängigen Größe beeinflußt werden, behandelt werden. Das Wesen dieser Regulatoren ist schon klargelegt worden. Die Anordnung dieser Regulatoren unterscheidet sich von der des eben betrachteten Regulators dadurch, daß der Kern der Regulatorspule, die vom Strom beeinflußt wird, bei zunehmender Last (Strom) in die Spule hineingezogen wird. Bei Leerlauf hat also der Kern die Lage $x = h$ und bei Vollast die Lage $x = 0$, wenn die gleiche Zählung von x beibehalten wird.

Die Zugkraft der Spule auf den Kern wird durch eine Feder ausbalanziert. Der Zellenschalter ist so angeordnet, daß der Regulator mit zunehmender Belastung die Erregerspannung erhöht. Ob dabei stets auf die normale Spannung reguliert wird, ist ohne Rückwirkung auf den Regulator, wenn nicht eine bestimmte Abhängigkeit des Stromes von der Netzspannung existiert, was für die folgende Ableitung nicht angenommen wird.

Die Zugkraft P, welche die Spule beim Netzstrom J auf den Kern ausübt, ist

$$P = b \cdot J^2.$$

Es wird wieder angenommen, daß

$$\frac{\partial b}{\partial x} = 0$$

ist. Dagegen fällt hier natürlich die Forderung

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

weg. Es wird vielmehr angenommen, daß

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \text{konst.}$$

ist. Hierin erkennt man deutlich den wesentlichen Unterschied zwischen den beiden Regulatorengattungen.

Die Feder, die der Zugkraft der Spule entgegenwirkt, äußert

bei leerlaufendem Generator ($J=0$) die Zugkraft $f=0$ und bei voll belastetem Generator die Zugkraft $f=c$.

Für Zwischenwerte ist

$$f = c\,\frac{h-x}{x}.$$

Nach Annahme sei bei $J=J_0$ und $x=x_0$ der Regulator im Gleichgewicht gewesen; es ist also

$$P = c\,\frac{h-x_0}{h} = bJ^2.$$

Es ergibt sich demnach die Gleichung für die Regulatorbewegung:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + k\frac{dx}{dt} + c\frac{h-x}{h} + c\frac{h-x_0}{h} - b(J^2-J_0^2) = 0.$$

Nun ist aber nach Annahme der Strom J von der Netzspannung unabhängig, so daß also $(J^2-J_0^2)$ bei einer gegebenen Belastung des Netzes eine Konstante ist. Die Differentialgleichung

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + k\frac{dx}{dt} + c\frac{x_0-x}{h} - b(J^2-J_0^2) = 0.$$

ist demnach ganz analog der für den statischen Regulator entwickelten. Der Regulator wird sich also in seine neue Lage je nach der Größe der Dämpfung aperiodisch bewegen oder um dieselbe Schwingungen ausführen, die mit zunehmender Zeit abklingen. Damit ist die Theorie der Regulatoren der Anordnung b) erledigt.

2. Differentialgleichung für die Generatorspannung.

Wie aus Fig. 1 hervorgeht und wie eben dargelegt wurde, soll bei einer Belastungsänderung des Generators die Klemmenspannung dadurch wieder auf den normalen Betrag gebracht werden, daß der Regulator an die Magnete des Generators durch Zu- oder Abschalten von Zellen die zur Erzeugung des verlangten Erregerstromes notwendige Erregerspannung E_e gibt. Die Erregerspannung an den Magneten ist also eine Funktion der Regulatorstellung. Bei der getroffenen Anordnung ist diese Funktion nicht stetig, da die Erregerspannung ja stufenweise durch Veränderung der Zellenzahl geändert wird. Für die

Rechnung soll aber angenommen werden, daß die Funktion eine stetige sei.

Darnach ist also bei der getroffenen Zählung von x

$$E_e = e \cdot \frac{x}{h}.$$

Führt man für x den Wert $v - x_0$ ein, dann ist

$$E_e = e \frac{x - v_0}{h}.$$

Die Magnetwicklung des Generators besitzt die Selbstinduktion L und den ohmischen Widerstand R. Wenn die Spannung an den Magneten nach dem oben angegebenen Gesetz variiert, dann fließt in der Magnetwicklung ein Strom i, der erhalten wird aus:

$$L \frac{di}{dt} + Ri - E_e = 0;$$

oder im vorliegenden Falle, wo $i = i_0 + u$ ist

$$L \frac{du}{dt} + R(i_0 + u) - e \frac{v - x_0}{h} = 0.$$

Nun ist

$$Ri_0 = e \frac{x_0}{h}.$$

Die Gleichung zur Ermittlung des Erregerstromes lautet also:

$$L \frac{du}{dt} + Ru - e \frac{v}{h} = 0.$$

Mit dem Erregerstrom ist auch das Magnetfeld gegeben. Da aber der Regulator von der Generatorspannung beeinflußt wird, ist noch der Verlauf der Generatorspannung zu ermitteln.

Es liegt hier der Fall vor, daß das Feld, das von den Ankerdrähten geschnitten wird, nicht konstant ist. Die im Anker induzierte Spannung ist also nicht nur von der Winkelgeschwindigkeit der Ankerdrähte abhängig, sondern auch von der Geschwindigkeit der Feldänderung, die von der Änderung des Erregerstroms herrührt.

Der Einfluß der Feldänderung auf die im Anker induzierte Spannung soll an einem einfachen Beispiel ermittelt werden.

Eine Spule von rechteckiger Form möge um ihre Mittellinie mit der gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit ω in einem homogenen Felde rotieren. Die in der Spule induzierte Spannung $\tilde{e}$ ist dann

$$\tilde{e} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

wenn Φ der von der Spule in jedem Augenblick eingeschlossene Kraftfluß ist. Also:

$$\Phi = \Phi_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

φ ist der Winkel, den die Spule zur Zeit $t = 0$ mit der Senkrechten zur Feldachse bildet.

Darnach wird:

$$\tilde{e} = -\frac{d(\Phi_0 \cos(\omega t + \varphi))}{dt} = -\frac{d\Phi_0}{dt}\cos(\omega t + \varphi) + \omega \Phi_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Für $\omega = 0$ verschwindet das zweite Glied der rechten Seite.

Das Glied $\left(-\frac{d\Phi_0}{dt}\cos\varphi\right)$ stellt demnach die durch Transformieren induzierte Spannung dar. (EMK der Ruhe.) Sie rührt, wie man sieht, von der Feldänderung her.

Für $\frac{d\Phi_0}{dt} = 0$, also bei konstantem Felde, verschwindet das erste Glied der rechten Seite.

Das Glied $\omega \Phi_0 \sin(\omega t + \varphi)$ stellt demnach die durch Schneiden der Kraftlinien in der Spule induzierte Spannung dar. (EMK der Bewegung.)

Wenn die Geschwindigkeit der Feldänderung klein ist gegenüber der Winkelgeschwindigkeit ω, dann kann man die durch Transformieren induzierte EMK vernachlässigen.

Bei Gleichstromgeneratoren ist die EMK der Ruhe an den Bürsten des Generators überhaupt gleich Null, wenn die Bürsten in der neutralen Zone stehen.

Die Erfahrung hat gelehrt, daß bei Wechselstromgeneratoren die gleichen Erscheinungen beim Reguliervorgang auftreten wie bei Gleichstromgeneratoren. Daraus kann man schließen, daß die EMK der Ruhe keinen wesentlichen Einfluß auf den Reguliervorgang ausübt, füglich tatsächlich vernachlässigt werden kann.

Damit ist auch die frühere Annahme begründet, daß die

durch den Erregerstrom induzierte Spannung aus der Charakteristik der Maschine entnommen werden kann.

Die Gleichung

$$L\frac{du}{dt} + Ru - e\frac{v}{h} = 0 \qquad \text{(II)}$$

ist die zweite Hauptgleichung zur Beschreibung des Reguliervorganges.

3. Differentialgleichung für den Reguliervorgang.

Die beiden Hauptgleichungen I und II bilden in ihrer gegenseitigen Abhängigkeit ein System zweier simultaner Differentialgleichungen. Durch das Integral dieser simultanen Differentialgleichungen wird folgende Frage beantwortet:

Wie verläuft der Regulierprozeß bei plötzlicher Belastungsänderung unter der Annahme, daß der Regulator erst nach eingetretenem Spannungsabfall zu regulieren beginnt?

Das System der simultanen Differentialgleichungen lautet:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2v}{dt^2} + k\frac{dv}{dt} + c\frac{v}{h} + 2bl^2\left(\frac{g}{l} + i_0\right)u = 0, \qquad \text{(I)} \\ L\frac{du}{dt} + Ru - e\frac{v}{h} = 0. \qquad \text{(II)} \end{aligned}\right\}$$

Aus Gleichung II bestimmt sich v zu:

$$v = \frac{h}{e}\left(L\frac{du}{dt} + Ru\right);$$

bildet man:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{h}{e}\left(L\frac{d^2u}{dt^2} + R\frac{du}{dt}\right);$$

und

$$\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{h}{e}\left(L\frac{d^3u}{dt^3} + R\frac{d^2u}{dt^2}\right)$$

und substituiert diese Werte in Gleichung (I), so geht diese über in:

$$\frac{d^3u}{dt^3} + \frac{d^2u}{dt^2}\left(\frac{R}{L} + \frac{k}{m}\right) + \frac{du}{dt}\left(\frac{R}{L}\cdot\frac{k}{m} + \frac{c}{m\cdot h}\right) + u\left(\frac{R}{L}\frac{c}{mh} + \frac{a\cdot e}{mh\cdot L}\right) = 0;$$

dabei ist die ganze Gleichung durch den Koeffizienten von $\frac{d^3u}{dt^3}$

dividiert, und zusammengehörige Glieder sind zusammengefaßt. Ferner ist der Koeffizient von u gleich a gesetzt.

Statt $\frac{L}{R}$ kann man T schreiben, wenn T die Zeitkonstante der Magnete ist. Die III^{te} Hauptgleichung lautet dann:

$$\frac{d^3u}{dt^3} + \frac{d^2u}{dt^2}\left(\frac{1}{T} + \frac{k}{m}\right) + \frac{du}{dt}\left(\frac{1}{T}\frac{k}{m} + \frac{c}{m \cdot h}\right) + u\left(\frac{1}{T}\frac{c}{mh} + \frac{a \cdot e}{mhL}\right) = 0. \quad \text{(III.)}$$

Das ist eine Differentialgleichung ersten Grades und dritter Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Das allgemeine Integral lautet:

$$u = i - i_0 = A_1 \varepsilon^{\varrho_1 t} + A_2 \varepsilon^{\varrho_2 t} + A_3 \varepsilon^{\varrho_3 t}, \quad \text{(IV.)}$$

wenn A_1, A_2, A_3 Konstante sind, die aus dem Anfangszustand ermittelt werden, ε die Basis des natürlichen Logarithmus und ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 die Wurzeln folgender kubischen Gleichung:

$$\varrho^3 + \alpha\varrho^2 + \beta\varrho + \gamma = 0;$$

dabei ist:

$$\alpha = \left(\frac{1}{T} + \frac{k}{m}\right); \quad \beta = \left(\frac{k}{m\,T} + \frac{c}{mh}\right); \quad \gamma = \left(\frac{c}{m\,Th} + \frac{a \cdot e}{mhL}\right).$$

Das Integral (IV) stellt je nach dem Vorzeichen der Wurzeln entweder eine aperiodische Bewegung oder Schwingungen dar.

Es sind folgende Fälle zu unterscheiden:

Wenn α, β und γ positiv sind, wie im vorliegenden Falle, dann werden die Wurzeln ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 entweder

a) sämtlich reell und negativ, oder

b) zwei davon konjugiert komplex und nur eine bleibt reell und negativ.

Fall a) stellt eine aperiodische Bewegung dar.

Im Falle b) seien die Wurzeln:

$$\varrho_1 = -b; \quad \varrho_{2,3} = g \pm lj;$$

und das Integral lautet dann:

$$u = i - i_0 = A_1 \varepsilon^{-bt} + \varepsilon^{gt}(A_2 \varepsilon^{+ljt} + A_3 \varepsilon^{-ljt})$$

oder auch, wenn unter B und ϑ zwei neue Konstante verstanden werden:

$$u = i - i_0 = A_1 \varepsilon^{-bt} + B\varepsilon^{\pm gt} \sin(lt + \vartheta).$$

Das erste Glied auf der rechten Seite verschwindet asymptotisch mit zunehmender Zeit.

Das zweite Glied stellt eine Schwingung dar, deren Amplitude mit zunehmender Zeit unbegrenzt zu- oder abnimmt, je nachdem g positiv oder negativ wird.

Es muß nun untersucht werden, wovon das Vorzeichen von g abhängig ist.

Nach den Gesetzen der algebraischen Analysis gilt für die Wurzeln einer kubischen Gleichung folgendes:

1. $\varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 = -\alpha;$
2. $\varrho_1 \cdot \varrho_2 + \varrho_2 \cdot \varrho_3 + \varrho_1 \cdot \varrho_3 = +\beta;$
3. $\varrho_1 \cdot \varrho_2 \cdot \varrho_3 = -\gamma.$

Substituiert man für ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 die obigen Werte, dann wird:

1. $2g - b = -\alpha;$
2. $g^2 + l^2 - 2gb = \beta;$
3. $(g^2 + l^2)b = \gamma.$

Multipliziert man 1. mit 2. und addiert dazu 3., dann wird:

$$\gamma - \alpha \cdot \beta = 2g[(g-b)^2 + l^2].$$

Man sieht, daß g das gleiche Vorzeichen besitzt wie $(\gamma - \alpha\beta)$. Es wird also für

$\gamma < \alpha \cdot \beta$; g negativ;

$\gamma > \alpha \cdot \beta$; g positiv.

Forderung für einen brauchbaren Regulierprozeß ist, daß die Schwingungen von i mit der Zeit abnehmen, d. h. die Schwingungen, die der Regulator um seine neue Ruhelage ausführt, müssen mit zunehmender Zeit verklingen. Das ist erfüllt, wenn g negativ ist, also für

$$\gamma < \alpha \cdot \beta$$

oder

$$\alpha\beta - \gamma > 0.$$

Substituiert man die Werte von α, β und γ, dann lautet die Bedingungsgleichung:

$$\left(\frac{1}{T}+\frac{k}{m}\right)\left(\frac{1}{T}\,\frac{k}{m}+\frac{c}{mh}\right)-\left(\frac{1}{T}\,\frac{c}{m\cdot h}+\frac{a\cdot e}{mh\cdot L}\right)>0$$

oder

$$k\cdot m\cdot h+T\cdot h\cdot k^2+T^2\cdot c\cdot k-\frac{T^2}{L}m\cdot e\cdot a>0. \qquad (V.)$$

Das ist die endgültige Form der Bedingungsgleichung für die Stabilität des Reguliervorganges.

Es soll die Bedeutung der einzelnen Symbole dieser Gleichung nochmals angegeben werden:

T = Zeitkonstante der Magnete des Generators;
L = Selbstinduktion der Magnete des Generators;
m = Masse des Regulators (d. h. seiner bewegten Teile);
k = Dämpfungsfaktor;
h = Hub des Regulators, d. h. Entfernung der beiden Endanschläge;
c = Federkonstante und zugleich Maß für den Ungleichförmigkeitsgrad;
a, e = Konstante.

C. Stabilität des Reguliervorganges.

1. Einfluß der einzelnen Größen.

Aus der Bedingungsgleichung für die Stabilität des Reguliervorganges können die wichtigsten Forderungen aufgestellt werden, die erfüllt werden sollen resp. müssen, wenn der Reguliervorgang stabil sein soll.

1. Die Regulatorbewegungen müssen gedämpft werden.

Für $k = 0$ verschwinden alle positiven Glieder, d. h. die Schwingungen nehmen mit zunehmender Zeit nicht mehr ab. Es ist also ersichtlich, daß ein direkt wirkender Regulator ohne Dämpfung überhaupt nicht stabil regulieren kann. Zeigt sich wirklich einmal, daß ein Regulator ohne künstliche Dämpfung stabil reguliert, dann ist mit Sicherheit anzunehmen, daß die Eigenreibung so groß ist, daß die künstliche Dämpfung über-

flüssig wird. Die Reibung in den Zapfen und Gelenken ist aber wegen des damit verbundenen großen Unempfindlichkeitsgrades sehr schädlich, so daß ein solcher Regulator die Spannung nur innerhalb weiter Grenzen halten kann und in vielen Fällen deshalb überhaupt unbrauchbar wird.

Ist die Dämpfung regulierbar, dann hat man in der Dämpfung ein sehr bequemes Mittel, den Regulierprozeß stets stabil zu machen ungeachtet der Größe und Beschaffenheit der anderen Faktoren.

2. Der Regulator soll einen positiven Ungleichförmigkeitsgrad besitzen.

Unter positivem Ungleichförmigkeitsgrad δ ist verstanden, daß der Regulator bei zunehmender Last auf niedrigere Spannung einstellt. Es muß also die Leerlaufspannung größer sein als die Spannung bei Belastung. Es ist oben gezeigt worden, daß die Federkonstante c ein Maß für die Größe von δ ist. Aus der Bedingungsgleichung geht hervor, daß der Reguliervorgang noch stabil bleibt, wenn auch $c \gtrless 0$ wird. $c < 0$, also negativ, bedeutet, daß der Regulator mit zunehmender Last auf höhere Spannung reguliert, was in vielen Fällen wünschenswert sein kann und auch leicht durch eine geeignete Federanordnung erreicht werden kann. Wird c negativ, dann darf es jedoch auf keinen Fall so groß werden, daß die Koeffizienten α, β und γ der früher entwickelten kubischen Gleichung negativ werden; denn für ein negatives α, β oder γ kann der Reguliervorgang auf keinen Fall stabil sein.

Man erkennt also, und das ist eine der wichtigsten Folgerungen aus der Bedingungsgleichung, daß der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta \gtrless 0$ sein kann, d. h. ein elektrischer Generator kann mit einem statischen oder astatischen Regulator ausgerüstet werden, ohne daß dadurch der Reguliervorgang labil werden muß; denn durch Verstärkung der dämpfenden Wirkung des Ölkataraktes kann der Regulierprozeß stets stabil gemacht werden. Es wird später gezeigt, daß eine starke Dämpfung oft aus anderen Gründen sehr unerwünscht ist. In einem solchen Falle muß ein statischer Regulator gewählt werden.

Es muß noch erwähnt werden, daß es für manche praktische Fälle unzulässig ist, dem Regulator einen positiven Ungleichförmigkeitsgrad zu geben, da ein solcher Regulator bei zunehmender Last auf niedrigere Spannung einstellt.

3. Die Masse des Regulators soll möglichst klein sein.

Es herrscht vielfach die Meinung, daß die Masse des Regulators allein die Pendelerscheinungen beim Regulierprozeß verursacht, indem der Regulator wegen der Trägheitswirkung der bewegten Massen immer „zu weit geht". Es ist richtig, daß die Wirkung der lebendigen Kraft der bewegten Regulatormassen die Stabilität der Regulierung gefährdet, besonders wenn die Massen des Regulators sehr groß sind. Die Forderung, daß die bewegten Massen des Regulators möglichst klein gehalten werden sollen, ist also berechtigt, da bei großen Massen die Dämpfung groß werden muß. Man sieht aber aus der Bedingungsgleichung, daß der Regulator selbst für den Fall, daß die Massen verschwindend klein sind ($m = 0$), noch Schwingungen ausführen kann, die mit zunehmender Zeit ab- oder zunehmen, je nachdem $c \geqq 0$ oder $c < 0$ und die Dämpfung zu klein ist. Das Pendeln kommt also nicht allein von der Wirkung der Regulatormassen, sondern — und zwar gewöhnlich hauptsächlich — von der Trägheit der Magnete.

Dies kann man auch erkennen, wenn man den Regulierprozeß verfolgt. Es möge angenommen werden, der Regulator sei im Gleichgewichtszustand und es trete nun plötzlich eine Belastungsänderung und damit eine Änderung der Klemmenspannung auf. Damit ist der Gleichgewichtszustand des Regulators gestört. Um wieder die normale Klemmenspannung herzustellen, ist ein anderer Erregerstrom notwendig, d. h. der Regulator muß eine neue Lage einnehmen, die der eben herrschenden neuen Belastung entspricht. Diese neue Lage des Regulators ist eindeutig bestimmt und sei mit x_1 bezeichnet. Bewegt sich jetzt auch der Regulator unendlich schnell in die Lage x_1, so dauert es noch eine bestimmte Zeit (Zeitkonstante der Magnete), bis der dieser neuen Regulatorstellung entsprechende Strom entstanden ist.

Nimmt man jetzt an, daß sich der Regulator sehr schnell im Vergleich zur Zeitkonstante T der Magnete, aber nicht unendlich schnell bewegt, wie es der Wirklichkeit wegen der Wirkung der Dämpfung mehr entspricht — der Regulator kann aber trotzdem noch masselos gedacht werden —, so wird der Erregerstrom, welcher der Stellung x_1 des Regulators entspricht, auch noch nicht entstanden sein, wenn der Regulator gerade die Lage x_1 einnimmt, da die zur Erzeugung des notwendigen Erregerstromes nötige Spannung nicht momentan, sondern mit der Zeit, d. h. proportional der augenblicklichen Stellung des Regulators an die Magnete gelegt wird. Der Regulator ist also nicht im Gleichgewicht, wenn er die Lage x_1 passiert, er schnellt noch weiter und gibt dadurch immer mehr Spannung an die Magnete. Mittlerweile wächst auch der Erregerstrom auf den Wert an, der der Stellung x_1 des Regulators entspricht. In diesem Augenblick ist Gleichgewichtszustand am Regulator. Dabei nimmt der Regulator eine Stellung x_2 ein. Dieser Stellung x_2 entspricht aber ein Erregerstrom, der größer ist als der notwendige. Der Erregerstrom wird also noch weiter anwachsen, soweit nämlich, als es der Unempfindlichkeitsgrad des Regulators zuläßt. Wird dieser überschritten, dann wird der Regulator nach der anderen Seite gerissen und geht aus demselben Grunde wieder über die Stellung x_1 hinaus, und das ganze Spiel wiederholt sich nun. Je nach der Wahl der Dämpfung werden diese Schwingungen mit der Zeit abnehmen, oder, wenn die Dämpfung zu klein ist, fortbestehen, der Regulator pendelt. Es ist also erwiesen, daß die Regulatormassen nicht allein Ursache des Pendelns sind.

4. Der Einfluß der Zeitkonstante T der Magnete.

Die Zeitkonstante T der Magnete ist gewöhnlich als gegeben zu betrachten[1]), und nur in seltenen Fällen kann an der Größe von T etwas geändert werden. Aus dem eben Erwähnten ist zu ersehen, daß es wünschenswert ist, wenn T möglichst

1) Denn $T = 2 \frac{\text{magnetische Feldenergie}}{\text{Joulesche Wärme}}$,

klein ist. Im Falle, daß $T = 0$ wird, vollführt der Regulator, wie aus dem Früheren hervorgeht, gedämpfte Schwingungen, wenn er für sich schwingungsfähig ist (statischer Regulator). Falls der Regulator nicht schwingungsfähig ist (astatischer Regulator), bewegt er sich bei $T = 0$ aperiodisch von einer Ruhelage zur andern. Ist auch $k = 0$, dann vollführt ein statischer Regulator harmonische Schwingungen. Auf keinen Fall kann aber ein Regulator bei $T = 0$ Schwingungen vollführen, deren Amplituden mit der Zeit unbegrenzt anwachsen.

5. Der Hub des Regulators soll möglichst groß werden.

Je größer der Hub ist, desto kleiner kann die Dämpfung werden, ohne daß die Stabilität der Regulierung gefährdet wird.

2. Einfluß der bei der Aufstellung der Differentialgleichung vernachlässigten Größen.

Bei der Aufstellung der Differentialgleichung für den Reguliervorgang wurde angenommen:

1. daß der Regulator keine Unempfindlichkeit besitzt,
2. daß die Erregerspannung in unendlich feinen Stufen zu- resp. abgeschaltet wird.

1. Der Unempfindlichkeitsgrad des Regulators wird durch die Reibung in den Gelenken und Führungen des Apparates (ruhende Reibung) verursacht. Der Unempfindlichkeitsgrad wirkt bezüglich der Stabilität des Reguliervorganges im gleichen Sinne wie die Dämpfung, also günstig. Er ist aber trotzdem sehr unerwünscht, weil er variabel ist und ein genaues Konstanthalten der Spannung nicht mehr möglich ist. Deshalb wird er so klein gehalten, als es nur möglich ist. (Lagerung in Spitzen und Schneiden.)

2. Das stufenweise Zu- oder Abschalten der Erregerspannung ist auf den Regulierprozeß ohne Einfluß, wenn die Stufen nur so klein gemacht sind, daß die Spannungsänderung, die durch Zu- oder Abschalten einer Stufe erfolgt, innerhalb des Unempfindlichkeitsgrades fallen.

3. Die Geschwindigkeit der Regulierung.

Von einem Regulator wird nicht nur verlangt, daß er

1. stabil reguliert,

es muß vielmehr noch

2. der Regulierprozeß in einer vorgeschriebenen Zeit beendet sein,

und

3. die Schwankung der konstant zu haltenden Spannung innerhalb vorgeschriebener Grenzen bleiben.

Die Bedingungen, unter welchen die erste Forderung erfüllt wird, sind bereits festgelegt. Das wichtigste Ergebnis ist, daß man durch Verstärkung der Dämpfung den Regulierprozeß auf alle Fälle stabil machen kann. Es wurde aber früher schon einmal erwähnt, daß eine Verstärkung der Dämpfung aus bestimmten Gründen unerwünscht sein kann. Der Unterschied in der Zeitdauer des Regulierprozesses, wie er auf Oszillogramm Fig. 2 und 3 dargestellt ist, läßt schon die ungünstige Wirkung einer starken Dämpfung auf die Reguliergeschwindigkeit erkennen. In manchen Fällen — besonders bei Kraftanlagen — ist es nämlich unbedingt notwendig, daß bei einer Laständerung der Maschine die normale Spannung möglichst rasch wieder hergestellt wird. In solchen Fällen muß man darauf verzichten, mit Hilfe der Dämpfung den Regulierprozeß stabil zu machen, die Dämpfung muß vielmehr auf einen solchen Wert eingestellt werden, daß der Regulierprozeß in der vorgeschriebenen Zeit vor sich geht. Ist bei dieser Dämpfung der Regulierprozeß nicht mehr stabil, dann müssen die anderen Größen, nämlich der Ungleichförmigkeitsgrad, der Hub und die Masse des Regulators so gewählt werden, daß der Regulierprozeß wieder stabil verläuft. Man sieht, daß man auf jeden Fall Mittel in der Hand hat, dieser zweiten Forderung bis zu einem gewissen Grade gerecht zu werden.

Viel ungünstiger liegen die Verhältnisse zur Erfüllung der dritten Forderung. Das erkennt man, wenn man sich an den Reguliervorgang bei Kraftmaschinen erinnert. Wird eine Dampf-

maschine z. B. plötzlich belastet, so erfolgt der Tourenabfall je nach der Größe des Schwungrades in einer bestimmten Zeit. Durch das Schwungrad wird also der Tourenabfall verzögert. Ist die normale Tourenzahl um einen gewissen Betrag (Unempfindlichkeitsgrad des Regulators) unterschritten, dann gibt der Regulator sofort eine größere Füllung, und die Tourenzahl der Dampfmaschine muß mit zunehmender Zeit wieder steigen. Wie schnell die Dampfmaschine wieder auf die normale Tourenzahl kommt, hängt ebenfalls von der Masse des Schwungrades ab, vorausgesetzt natürlich, daß das Drehmoment der Dampfmaschine unabhängig von der Tourenzahl ist. Dadurch also, daß der Tourenabfall durch die Wirkung des Schwungrades verzögert wird, gewinnt der Regulator Zeit zum Regulieren und kann die Tourenschwankungen innerhalb gewisser Grenzen halten.

Ganz anders verhält es sich bei der Regulierung elektrischer Generatoren. Der Spannungsabfall wird, wie von früher her bekannt ist, durch Verstärken des Magnetfeldes ausreguliert. Es muß also die magnetische Energie der Magnete erhöht werden. Durch eine Zunahme des Belastungsstromes im Anker — dadurch erfolgt ja der Spannungsabfall des Generators — wird dagegen die Feldenergie des Ankers erhöht. Die Änderung der magnetischen Energie des Ankers kann aber bedeutend schneller erfolgen als die Änderung der magnetischen Energie des Erregerkreises. Um also die Klemmenspannung des Generators um einen gewissen Betrag zu ändern, sind verschieden lange Zeiträume notwendig, je nachdem die Änderung vom Anker her erfolgt (Spannungsabfall) oder von den Magneten (Spannungsregulierung). Also gerade dann, wenn eine langsame Änderung der Feldenergie erwünscht ist, nämlich beim Eintritt des Spannungsabfalles, ist die Geschwindigkeit der Änderung sehr groß, und dann, wenn eine schnelle Änderung der magnetischen Energie notwendig ist, nämlich beim Regulieren, ist keine große Geschwindigkeit der Änderung der Feldenergie möglich. Damit ist der Unterschied der Regulierung von Kraftmaschinen und elektrischen Generatoren klar gelegt. Untersuchungen über die Geschwindigkeit des Spannungsabfalles von Drehstromgeneratoren haben ergeben, daß es wesentlich darauf ankommt, bei welchem

Momentanwert der Spannung die Last eingeschaltet wird. Ferner kommt es auch darauf an, ob die Last induktiv oder induktionsfrei ist. In allen Fällen hat sich jedoch gezeigt, daß der Spannungsabfall nach einigen Perioden der Klemmenspannung (Frequenz = 50 Perioden pro Sekunde) schon zum größten Teil (ca. 70%) aufgetreten ist.

Es ist jedoch nicht möglich, einen Regulator, der doch Massen und eine Dämpfung besitzt und sich zuerst in Ruhe befindet, in einigen Hunderteln Sekunden so zu beschleunigen, daß er momentan in seine neue Ruhelage übergeht. Und könnte man dies auch, dann wären doch die Magnete zu träge, um so schnellen Änderungen zu folgen. Oszillographische Aufnahmen haben gezeigt, daß denn auch der Spannungsabfall fast ganz aufgetreten ist, bis sich die Wirkung des Regulators bemerkbar macht.

Es gelingt wohl, den Regulierungsprozeß zu beschleunigen, daß die Spannung in Bruchteilen von einer Sekunde (ca. $^1/_4$ Sekunde) wieder auf den normalen Wert gebracht wird, so daß sich derartige Regulatoren für Kraftzentralen mit sehr stark schwankender Last sehr gut eignen, da es hier nur darauf ankommt, daß schnell reguliert wird. Werden jedoch vom selben Netze auch Glühlampen gespeist, so können diese Regulatoren nicht verwendet werden, da sich an den Lampen jede Änderung der Klemmenspannung sehr unangenehm bemerkbar macht.

Bei der Aufstellung der Differentialgleichung für den Regulierprozeß wurde darauf hingewiesen, daß die Differentialgleichung nur für den Fall gilt, daß der Regulierprozeß erst beginnt, wenn der Spannungsabfall ganz aufgetreten ist. Das muß bei der Bestimmung der Integrationskonstanten beachtet werden. Das ist nach den obigen Darlegungen auch verständlich, da die Geschwindigkeit des Spannungsabfalles einem anderen Gesetze folgt als die Spannungsregulierung. Wäre der Generator ein Seriengleichstromgenerator, dann könnte durch die Differentialgleichung der ganze Reguliervorgang beschrieben werden, also auch der Eintritt des Spannungsabfalles, weil hier beim Regulierprozeß nur eine magnetische Trägheit wirksam ist. Dieser Fall stellt bezüglich des Reguliervorganges ein vollständiges Analogon mit der Regulierung der Kraftmaschine dar.

D. Versuchsergebnisse.

Die aus der analytischen Betrachtung gewonnenen Resultate wurden durch Versuche mit einem direkt wirkenden Regulator der Siemens-Schuckert-Werke geprüft. (System Natalis.)

Dieser Regulator besitzt im Wesen die Einrichtung, die Fig. 1 zeigt. Die Konstruktion des Regulators war jedoch so getroffen, daß der Hub des Regulators nach Belieben vergrößert werden kann; außerdem ist die Dämpfung verstellbar, kann also auf starke oder schwache Wirkung eingestellt werden. Die Zugkraft P ist durch ein Federsystem ausbalanziert, und zwar so, daß $c \gtreqless 0$ gemacht werden kann. Der Regulator arbeitete auf die Erregung eines Drehstromgenerators von etwa 50 Kilowatt Leistung bei einer Frequenz von 50 Perioden pro Sekunde. Mit Hilfe des Oszillographen wurde der Verlauf der Klemmenspannung des Generators während eines Regulierungsvorganges aufgenommen. Die Papierlänge des Oszillogrammes entspricht einer Zeit von ca. 4 Sekunden, so daß etwa 200 Perioden der Spannung auf ein Blatt geschrieben sind. Die Kurvenform der Spannung ist ziemlich gut sinusförmig, was allerdings auf den Oszillogrammen nicht zu erkennen ist, da die einzelnen Wellen zu stark zusammengedrängt sind.

Der Regulator wurde zuerst so ausbalanziert, daß c und damit auch $\delta = 0$ wurde. Der Normalwert der Klemmenspannung E_n des Generators ist 220 Volt. Diese Spannung wurde vom Regulator konstant gehalten.

Bei unbelasteter Maschine hat der Regulator eine bestimmte Lage. Aus dieser wurde er von Hand aus in eine andere Stellung gebracht, so daß sich die Spannung E_0 einstellte. Zur Zeit $t = t_1$ wurde der Regulator wieder freigegeben und beobachtet, wie er in seine alte Lage zurückkehrte.

Oszillogramm Fig. 2 zeigt das Anwachsen der Spannung von E_0 auf E_1, wenn die Dämpfung so gewählt ist, daß sich der Regulator aperiodisch bewegt. Durch Abzählen der Spannungswellen vom Zeitpunkt t_1 an bis zum Augenblick, wo wieder die

Spannung E_n herrscht, erhält man die zur Regulierung notwendige Zeit zu ca. 1 Sekunde.

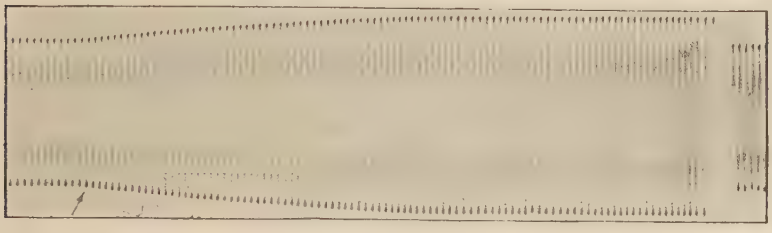

Fig. 2.

Oszillogramm Fig. 3 zeigt, wie der Regulierprozeß verläuft, wenn die Wirkung der Dämpfung verkleinert wird. Der Regulator führt um seine Ruhelage gedämpfte Schwingungen aus. Der Normalwert der Spannung E_n wird zum erstenmal nach ca. $^1/_2$ Sekunde vom Beginn des Regulierprozesses an gerechnet erreicht.

Fig. 3.

Wird die Dämpfung noch kleiner gemacht, dann kommt der Regulator überhaupt nicht mehr zur Ruhe, die Spannung pendelt infolgedessen immer um den normalen Wert. (Oszillogramm Fig. 4.)

Fig. 4.

Es wurde nunmehr die Dämpfung wieder so eingestellt, daß sich der Regulator bei $c = 0$ aperiodisch bewegte. Bei dieser Dämpfung wurde die Ausbalanzierung geändert, und zwar so, daß c und damit $\delta < 0$ wurde. Es zeigte sich, daß der Regulator sich nicht mehr aperiodisch bewegte, sondern um seine Ruhelage gedämpfte Schwingungen ausführte, ähnlich wie Oszillogramm 3 zeigt.

Ähnliches zeigte sich, wenn der Hub des Regulators etwa auf die Hälfte reduziert wurde.

Qualitativ stimmen also die Versuchsergebnisse mit den Resultaten, die aus der analytischen Rechnung gewonnen wurden, überein.

II. Die dynamische Theorie der indirekt wirkenden Regulatoren.

A. Anordnung.

Die Regulieranordnung mit einem indirekt wirkenden Regulator besitzt im Prinzip etwa die Anordnung, die Fig. 5 zeigt.

Ein Generator G arbeitet auf die Sammelschienen S, deren Spannung konstant zu halten ist. Es wird wieder angenommen, daß die Erregung des Generators von einer Akkumulatorenbatterie A geleistet wird und daß der Erregerstrom durch Zu- und Abschalten von einzelnen Zellen reguliert werden kann.

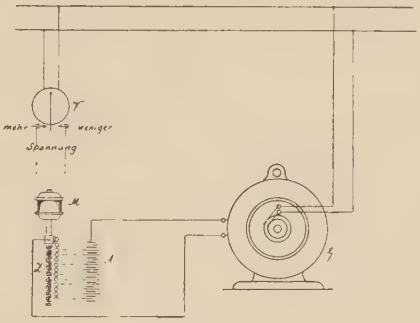

Fig. 5.

Das Zu- und Abschalten der Zellen erfolgt durch einen Zellenschalter Z, der von einem Motor M für Rechts- und Linkslauf angetrieben wird. Der Motor M wird von einem Spannungsrelais V eingeschaltet. Das Spannungsrelais V, auch Kontaktvoltmeter genannt, ist nach Art eines Voltmeters gebaut. Bei normaler Spannung schwebt der Zeiger des Relais frei in der Mitte zwischen zwei Anschlägen. Sinkt die Netzspannung, dann legt sich der Zeiger, in Zukunft Kontaktzunge genannt, an den einen Anschlag an und schaltet dabei den Motor ein, so daß dieser den Zellenschalter Z in dem Sinne verstellt, daß die Erregung des Generators verstärkt wird. Dadurch steigt die Klemmenspannung des Generators. Erreicht sie wieder den normalen Betrag, dann geht die Kontaktzunge wieder vom Anschlag

weg, und der Motor M bleibt wieder stehen. Steigt die Netzspannung infolge von Entlastung, dann legt sich die Kontaktzunge an den anderen Anschlag, der Motor M reguliert auf weniger Erregung, und zwar solange, bis wieder die normale Spannung herrscht. Ist die Netzspannung 100 Volt und ist verlangt, die Spannung auf $\pm$ 2 % konstant zu halten, dann müssen, um beim Vergleich mit dem Voltmeter zu bleiben, die Anschläge dahin gebracht werden, wo auf der Voltmeterskala 98 Volt und 102 Volt steht.

Für die folgenden Untersuchungen wird angenommen, daß das Kontaktvoltmeter selbst keine Eigenreibung und Massenträgheit besitzt. Es soll also die in jedem Augenblick herrschende effektive Spannung richtig anzeigen, soweit es natürlich frei schwingen kann. Das trifft in Wirklichkeit nicht genau zu; denn je schneller die Spannungsänderungen vor sich gehen, desto mehr bleibt das Instrument in jedem Augenblick hinter der wirklich herrschenden Spannung im Sinne der Änderung zurück. Die Spannungsänderungen während der Regulierperiode erfolgen jedoch nicht so schnell, daß der Fehler, der bei dieser Vernachlässigung gemacht wird, von erheblichem Einfluß ist. Die Spannungsänderungen, die den Regulierprozeß einleiten, die also von den Belastungsschwankungen herrühren, erfolgen, wie schon früher dargelegt wurde, wesentlich schneller, so daß das Voltmeter sich erst zu bewegen beginnt, wenn die Spannungsänderung schon zum größten Teil aufgetreten ist. Es kann also wie früher wieder angenommen werden, daß der Regulator erst zu regulieren beginnt, wenn die Spannungsänderung ganz aufgetreten ist.

Der vom Kontaktvoltmeter gesteuerte Motor M hat die Aufgabe, den Zellenschalter Z zu verstellen. Die Tourenzahl des Motors (Servomotor) und damit die Geschwindigkeit des bewegten Zellenschalters, wird ein für allemal eingestellt, so daß der Motor ganz unabhängig von der Größe der Spannungsschwankungen stets gleich schnell läuft. Je größer also der Spannungsabfall des Generators, oder allgemein die Spannungsänderung ist, desto länger dauert es, bis die normale Spannung wieder herrscht, da der Zellenschalter weiter verschoben werden

muß als bei kleinen Spannungsänderungen. Wenn im folgenden von der Geschwindigkeit des Servomotors die Rede ist, dann ist stets die Geschwindigkeit des bewegten Zellenschalters gemeint. Die Zeit, die der Motor braucht, um vom Stillstand auf normale Tourenzahl zu kommen, wird als klein vernachlässigt, d. h. es wird angenommen, daß der Motor beim Einschalten sofort normale Tourenzahl hat. Diese Annahme ist zulässig; denn man kann tatsächlich solche Anordnungen treffen, wo ein Anlaufen des Servomotors wegfällt. Es gibt ja Regulatoren, bei denen der Servomotor stets läuft und das Kontaktvoltmeter eine magnetische Kupplung einrückt. Ebenso wird angenommen, daß der Motor sofort stehen bleibt, wenn das Kontaktvoltmeter den Anschlag verläßt.

Steht der Zellenschalter an der einen Endstellung, dann liegt an den Magneten des Generators die Erregerspannung 0 Volt. Je weiter der Zellenschalter seiner anderen Endlage zu bewegt wird, desto größer wird die Spannung an den Magneten. Es wird angenommen, daß die Änderung der Erregerspannung nicht sprungweise erfolgt, sondern kontinuierlich, d. h. es wird eine unendlich feine Stufung der Batterie angenommen.

Bei dieser Anordnung hat also der Regulator (Kontaktvoltmeter) bei jeder beliebigen Last im Ruhezustand dieselbe Stellung, denn die Kontaktzunge muß im Ruhezustand zwischen den Anschlägen frei schweben. Außerdem beeinflußt der Regulator das Steuerorgan (Zellenschalter) nicht direkt, sondern mit Hilfe eines Motors. (Servomotor.)

Diese Anordnung besitzt also die eingangs erwähnten Merkmale eines indirekt wirkenden Regulators.

B. Regulier-Vorgang.

1. Differentialgleichung für den Reguliervorgang.

Der Zellenschalter Z möge in seiner Anfangslage stehen. Die Spannung an den Magneten des Generators ist dann 0 Volt. Durch den Servomotor werde er mit gleichförmiger Geschwindig-

keit an seine andere Endlage bewegt. Dadurch wächst die Spannung E an den Magneten proportional mit der Zeit bis auf den Wert E' Volt.

Die Frage lautet nun: Wie groß ist in jedem Augenblick der in den Magneten fließende Erregerstrom i, wenn an der Magnetwicklung eine Spannung E liegt, die proportional mit der Zeit t wächst?

Der Erregerstromkreis hat die Selbstinduktion L und ohmischen Widerstand R. Der Momentanwert des Stromes ist dann gegeben durch:

$$L\frac{di}{dt} + R \cdot i = e \cdot t,$$

wenn e die Zunahme der Spannung an den Magneten pro Zeiteinheit ist.

Bezeichnet man mit T (Zeitkonstante der Magnete) den Wert $\frac{L}{R}$, so lautet die Lösung der Differentialgleichung:

$$i = \frac{T}{L} \cdot et - \frac{T^2}{L} e\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

ε ist die Basis des natürlichen Logarithmus.

Die Integrationskonstante ist dabei durch die Bedingung gegeben: Zur Zeit $t = 0$ ist $i = 0$.

Die Gleichung kann man auch in der Form schreiben:

$$i = \frac{e}{R} \cdot t - \frac{e}{R} \cdot T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Setzt man $\frac{e}{R} = i_0$, dann lautet die Gleichung:

$$i = i_0 \cdot t - i_0 \cdot T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Der Momentanwert setzt sich also zusammen aus:

$$i = i' - i'',$$

wenn:

$$i' = i_0 t,$$

und

$$i'' = i_0 \cdot T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Die Gleichung für i' stellt eine Gerade dar mit der Neigung $\operatorname{tg} \alpha = i_0$ gegen die Abszissenachse. Sie gibt an, wie groß der

Strom in jedem Augenblick wäre, wenn die Selbstinduktion der Magnete gleich Null wäre. Es ist bekannt, daß die Selbstinduktion nur bei Stromänderungen wirkt. Bewegt man den Zellenschalter etwa von Hand aus von Zelle zu Zelle, und beobachtet man bei jeder Stellung den Strom, der sich nach gegenügend langer Zeit einstellt, dann erhält man den Strom abhängig von der Stellung des Zellenschalters, wenn die Selbstinduktion nicht zur Wirkung kommt.

Die Gleichung für i'' stellt eine logarithmische Kurve dar. Diese Kurve kann gezeichnet werden, wenn die Zeitkonstante und der Endwert der Kurve bekannt sind. Die Zeitkonstante T ist gegeben. Der Endwert der Kurve ist $i_0 T$. Aus der Gleichung für i' ist der Wert i_0 bekannt, sobald die Regulatorgeschwindigkeit gegeben ist; denn für $t = 1$ wird $i' = i_0$. Der Endwert der logarithmischen Kurve ist Tmal größer. Die Tangente des Neigungswinkels α der Tangente an die logarithmische Kurve im Punkte $i'' = 0$, $t = 0$ ist bekanntlich gegeben durch das Verhältnis des Endwertes zur Zeitkonstante, im vorliegenden Falle also:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i_0 T}{T} = i_0.$$

i_0 ist aber nach Früherem auch die Tangente des Neigungswinkels der Geraden $i' = i_0 \cdot t$; d. h. die Gerade i' ist zugleich Tangente an die logarithmische Kurve i'' im Punkte $t = 0$ und $i'' = 0$, und zwar unabhängig von der Größe der Zeitkonstante.

Fig. 6, 7, 8 zeigen den Verlauf des Stromes i, wenn die Spannung proportional mit der Zeit wächst. Fig. 7 zeigt den Verlauf des Stromes bei verschiedenen Geschwindigkeiten des Hilfsmotors, aber bei gleicher Zeitkonstante, und Fig. 8 den Verlauf des Stromes bei gleicher Reguliergeschwindigkeit, aber bei verschiedenen Zeitkonstanten. Man erkennt:

Je schneller der Servomotor läuft und je größer die Zeitkonstante des Stromkreises ist, desto mehr bleibt der Strom hinter seinem Sollwerte zurück.

Es interessiert jedoch nicht, zu wissen, wie der Erregerstrom, sondern wie die Generatorspannung anwächst. Es ist

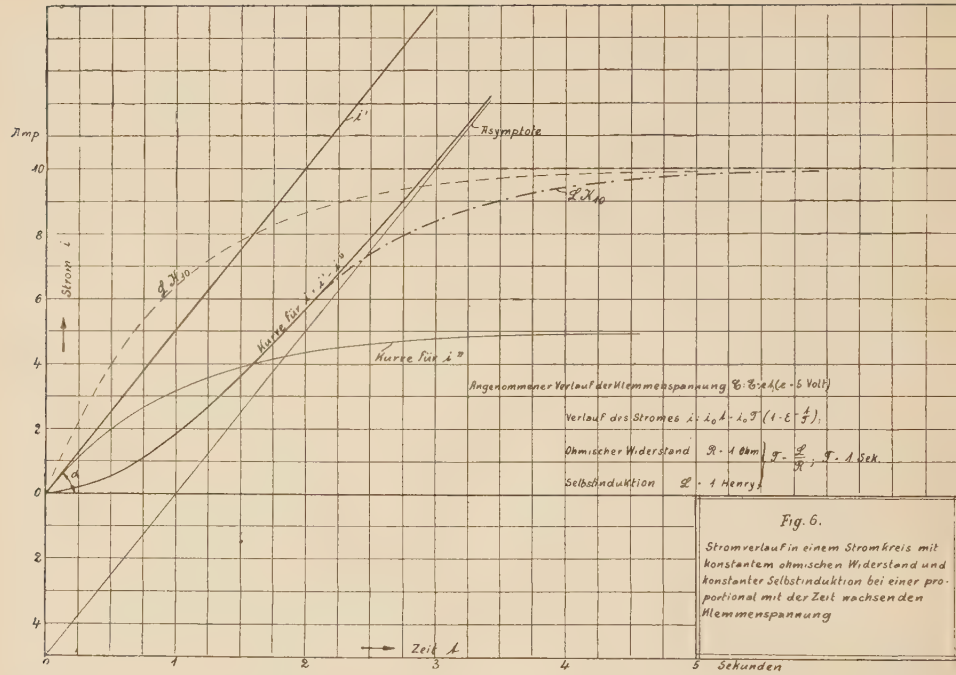

Fig. 6.

Stromverlauf in einem Stromkreis mit konstantem ohmischen Widerstand und konstanter Selbstinduktion bei einer proportional mit der Zeit wachsenden Klemmenspannung

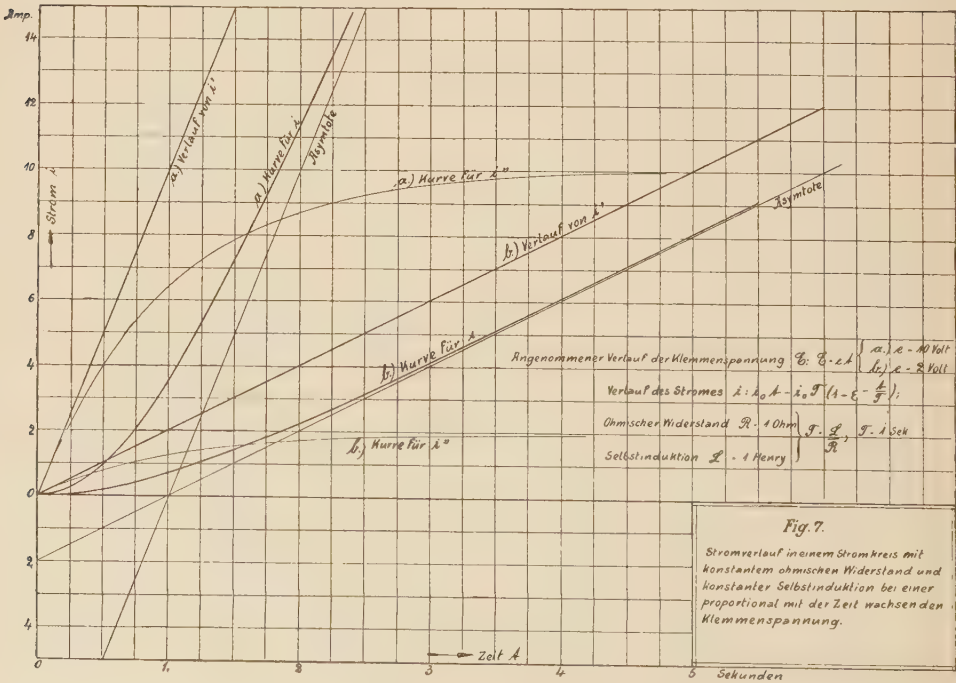

Fig. 7.

Stromverlauf in einem Stromkreis mit konstantem ohmischen Widerstand und konstanter Selbstinduktion bei einer proportional mit der Zeit wachsenden Klemmenspannung.

dies ein ähnlicher Fall, wie er bei den direkt wirkenden Regulatoren schon behandelt wurde.

Der Kraftfluß Φ' der Magnete sei in jedem Augenblicke proportional dem Momentanwert von i.

$$\Phi' = k \cdot i.$$

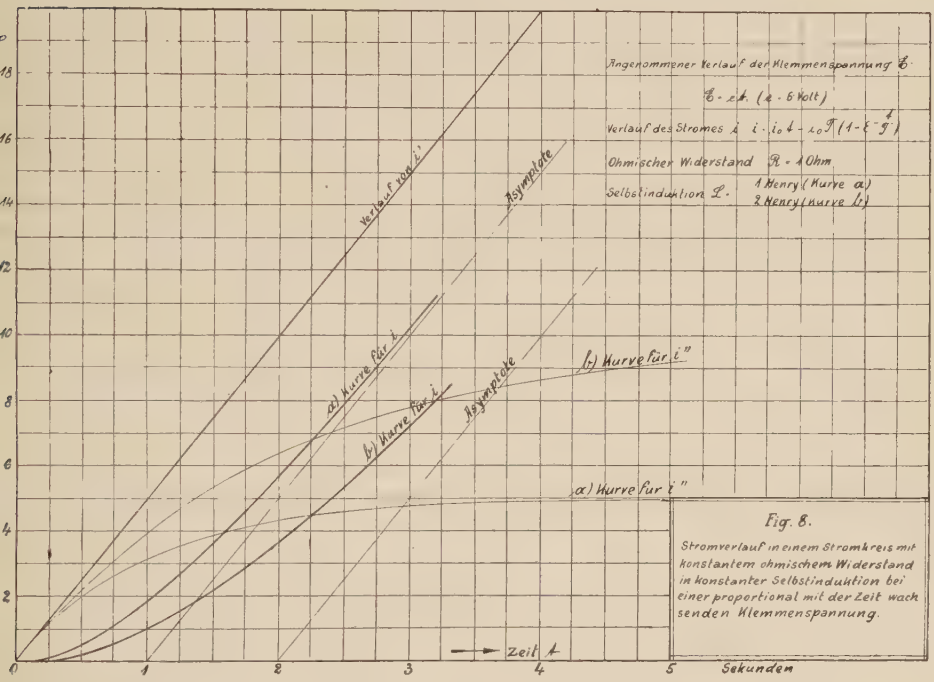

Fig. 8.

Stromverlauf in einem Stromkreis mit konstantem ohmischem Widerstand in konstanter Selbstinduktion bei einer proportional mit der Zeit wachsenden Klemmenspannung.

Es wird also angenommen, daß die Maschine am geradlinigen Teil der Charakteristik arbeitet. Diese Annahme ist ohne Einfluß auf den Reguliervorgang, soweit die Stabilität in Frage kommt. Eine Spule, die in einem homogenen Felde mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotiert, schließt in jedem Augenblick den Kraftfluß $\Phi = \Phi' \cos \omega t$ ein. Die in der Spule induzierte Spannung ist demnach:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt};$$

oder durch Substitution des Wertes von Φ:

$$e = -\frac{d\Phi'}{dt} \cos \omega t + \omega \Phi' \sin \omega t.$$

Nun ändert sich das Feld mit dem Erregerstrom i nach dem Gesetze:

$$\Phi' = \Phi_0 t - \Phi_0 T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Die induzierte Spannung ist:

$$e = \omega \Phi_0 \left[t - T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)\right] \sin \omega t - \Phi_0 \left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right) \cos \omega t.$$

Für $\omega = 0$ (d. i. bei ruhender Spule) verschwindet das erste Glied.

$$e = - \Phi_0 \left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)$$

stellt demnach die durch Transformieren induzierte Spannung dar (*EMK* der Ruhe), während das erste Glied die durch Schneiden von Kraftlinien induzierte Spannung darstellt (*EMK* der Bewegung).

Das erste Glied ist ebenso gebaut wie die Gleichung für i; das zweite Glied stellt eine logarithmische Kurve mit dem Endwert Φ_0 dar. Daß beide Glieder noch mit einer Winkelfunktion behaftet sind, ist augenblicklich ohne Belang, da die Betrachtung für die Einhüllenden der beiden Kurven, die durch die zwei Glieder dargestellt sind, gilt. In dem ersten Gliede ist ebenfalls eine logarithmische Kurve mit dem Endwert $\omega T \Phi_0$ enthalten. Die Endwerte der beiden logarithmischen Kurven verhalten sich also wie $\frac{1}{\omega T}$. Bei der Frequenz von 50 Per. sek.$^{-1}$ ist $\omega = 314$ Sek.$^{-1}$. Die Zeitkonstante moderner Maschinen ist von der Größenordnung 0,5 bis 2 Sekunden. Man erkennt also, daß der Fehler durch Vernachlässigung des Gliedes, das die Transformatorwirkung darstellt, sehr klein ist; denn der Momentanwert der logarithmischen Kurve, die durch das zweite Glied dargestellt wird, ist ωTmal kleiner als der Momentanwert der logarithmischen Kurve des ersten Gliedes.

Es wurde bereits früher darauf hingewiesen, daß bei Gleichstrommaschinen, bei denen die Bürsten in der neutralen Zone stehen, eine Transformatorwirkung nach außen, d. i. an den Klemmen überhaupt nicht auftritt.

Das Glied, das die Wirkung durch Transformation darstellt,

kann füglich vernachlässigt werden, ohne daß dabei ein Fehler gemacht wird, der das Wesen der Regulierung trifft.

Nimmt man nun an, daß die Klemmenspannung des Generators als Funktion des Erregerstromes durch eine Gerade dargestellt werden kann, dann lautet die Gleichung für die Klemmenspannung, wenn die Erregerspannung proportional mit der Zeit anwächst:

$$e = e_0 \cdot t - e_0 \cdot T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

2. Das Regulierdiagramm.

Es soll nun der Reguliervorgang beschrieben werden, und zwar wird angenommen, daß die Klemmenspannung der Maschine durch den Regulator auf (100 ± 5) Volt gehalten werden soll. Es sei also ein Umempfindlichkeitsgrad von $\pm 5\%$ zugelassen. Die Spannung der Maschine zu Beginn des Regulierprozesses sei 0 Volt. Die Geschwindigkeit des Hilfsmotors sei so gewählt, daß der Zellenschalter die Maschinenspannung um 50 Volt in der Sekunde erhöhen kann. Die Zeitkonstante der Magnete des Generators wird zu 1 Sekunde angenommen. Fig. 6 zeigt, um wieviel bei dieser Regulatorgeschwindigkeit und bei der angenommenen Zeitkonstante der Erregerstrom und nach den vorhergehenden Darlegungen auch die Klemmenspannung hinter dem Werte zurückbleibt, der in jedem Augenblicke herrschen würde, wenn die Selbstinduktion der Magnete und damit die Zeitkonstante gleich 0 wäre.

Da die Spannung, wie angenommen wurde, gleich 0 Volt ist, liegt die Zunge des Kontaktvoltmeters an dem Anschlag an, der bei 95 Volt der Skala angebracht ist. Dieser Anschlag ist, wie früher schon erwähnt wurde, zugleich Kontakt, wodurch der Servomotor in dem Sinne angetrieben wird, daß mehr Zellen eingeschaltet werden, also eine höhere Generatorspannung erzeugt wird. Dieser Anschlag heißt: „Mehr Spannung“. Die Kontaktzunge bleibt so lange an diesem Anschlag liegen, als nicht 95 Volt am Generator herrschen. Bei den Spannungen 95—105 Volt schwingt die Zunge frei. Wird die Spannung größer als 105 Volt, dann legt sie sich an den Anschlag an,

der bei 105 Volt angebracht ist. Dieser Anschlag ist ebenfalls als Kontakt ausgebildet. Wenn die Kontaktzunge an diesem Anschlag liegt, dann läuft der Hilfsmotor so, daß durch den Zellenschalter eine kleinere Gleichspannung an die Magnete des Generators kommt, d. h. die Generatorspannung muß fallen. Dieser Anschlag heißt also: „Weniger Spannung".

Zur Zeit $t = 0$ möge der Regulierprozeß beginnen (Fig. 9). Die Spannung des Generators ist zu Beginn des Regulierprozesses 0 Volt, die Kontaktzunge liegt also an dem Anschlag: „Mehr Spannung". Der Hilfsmotor läuft infolgedessen und verschiebt dabei den Zellenschalter mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Wenn die Zeitkonstante der Magnete gleich Null wäre, würde die Generatorspannung nach der Geraden OA wachsen. Wegen der Trägheit der Magnete verläuft aber die Spannung nach der Kurve K_1.

Zur Zeit $t_1 (= 2{,}875$ Sek.) herrscht die Spannung 95 Volt. Das Kontaktvoltmeter verläßt infolgedessen in diesem Augenblick den Anschlag „Mehr Spannung", der Servomotor bleibt stehen und damit auch der Zellenschalter. Die Stellung des Zellenschalters ist: 143 Volt. Würde der Zellenschalter unendlich lange in dieser Lage verharren, dann müßte die Generatorspannung auch auf diesen Wert anwachsen, und zwar nach der logarithmischen Kurve LK_1, die sich im Punkte $t_1 = 2{,}875$ Sek., $E = 95$ Volt stetig an die Kurve K_1 anschließt. Eine Zeitlang wächst die Spannung auch nach der Kurve LK_1 an, so lange nämlich, bis der Wert 105 Volt erreicht ist ($t_2 = 3{,}125$ Sek.). In diesem Augenblick legt sich die Kontaktzunge auf den Anschlag „weniger Spannung". Dadurch wird der Zellenschalter nach rückwärts verschoben.

Auf die Magnete des Generators wirkt von der Zeit t_2 an eine Erregerspannung, die man in 2 Komponenten zerlegen kann. (Fiktive Spannungen.)

Die eine Komponente ist eine konstante Erregerspannung, die für sich ein Anwachsen des Erregerstromes und damit der Generatorspannung nach LK_1 zur Folge hätte.

Die andere Komponente nimmt negativ proportional mit zunehmender Zeit zu (bezogen auf das 105 Volt-Niveau

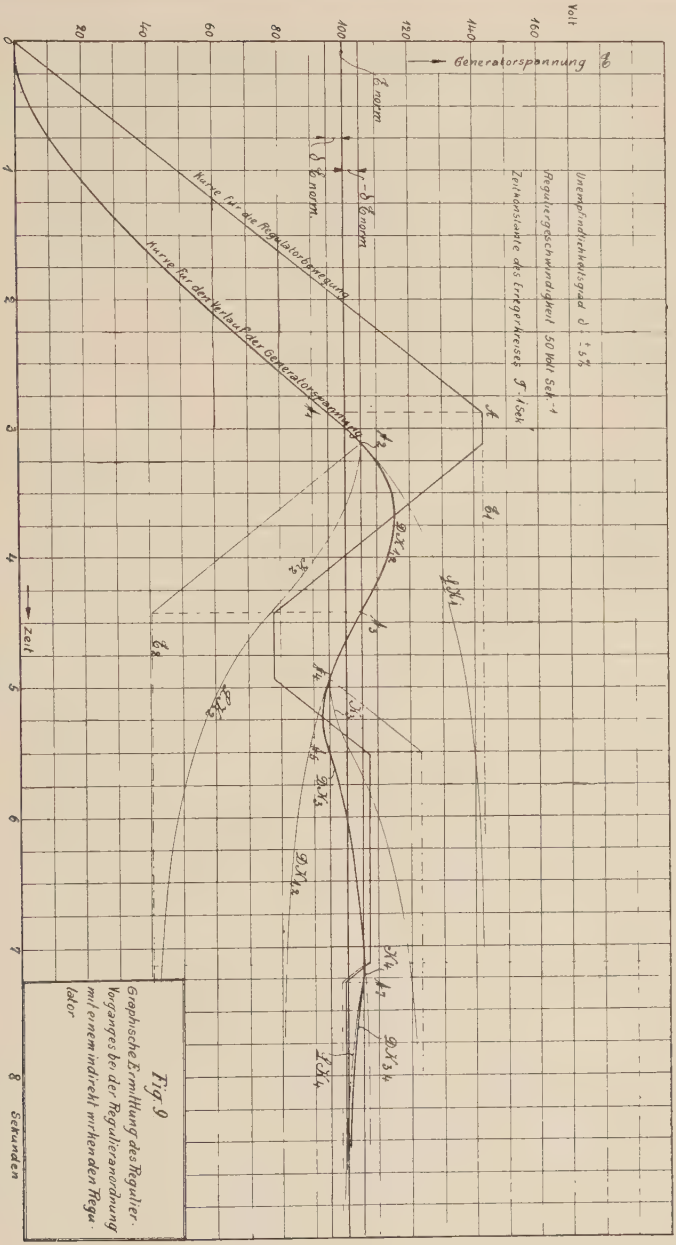

Fig. 9
Graphische Ermittlung des Regulier-Vorganges bei der Regulieranordnung mit einem indirekt wirkenden Regulator

als Nullinie). Diese Komponente hätte für sich eine Abnahme der Generatorspannung nach K_2 zur Folge.

In Wirklichkeit verläuft die Spannung nach der Differenzkurve $DK_{1,2}$ dieser beiden Kurven, bezogen auf das 105 Volt-Niveau. (Gesetz der Superposition.)

Die Kurve $DK_{1,2}$, die den wirklichen Verlauf der Spannung angibt, schneidet das 105 Volt-Niveau zur Zeit t_3 (= 4,35 Sek.). In diesem Augenblick verläßt das Kontaktvoltmeter den Anschlag „weniger Spannung", der Servomotor bleibt also stehen. Die fiktive Stellung des Regulators ist ca. 41 Volt — die wirkliche Stellung ist bei ca. 78 Volt —. Die eine der fiktiven Spannungen verläuft von dem Augenblick an, wo der Zellenschalter stehen bleibt, nicht mehr nach der Kurve K_2, sondern nach der logarithmischen Kurve LK_2 mit dem Endwert 41 Volt. Die Differenzkurve verläuft von der Zeit t_3 an nicht mehr nach der Differenz der beiden fiktiven Spannungen LK_1 und K_2, sondern nach der Differenz der beiden fiktiven Spannungen LK_1 und LK_2.

Würde man dafür sorgen, daß von der Zeit t_3 an der Hilfsmotor überhaupt nicht mehr zum Laufen kommen kann, dann müßte sich mit zunehmender Zeit eine Spannung am Generator einstellen, die gleich ist der durch die wirkliche Zellenschalterstellung bedingten Spannung von 77 Volt. Man sieht auch aus dem Diagramm, daß sich die Kurve $DK_{1,2}$ wirklich diesem Werte nähert.

Zur Zeit t_4 (= 4,9 Sek.) ist die wirklich herrschende Spannung 95 Volt. Wie man aus dem Verlauf der Spannung erkennt, würde sie noch weiter nach der Kurve $DK_{1,2}$ sinken, wenn nicht in diesem Augenblick das Kontaktvoltmeter auf den Anschlag „mehr Spannung" zu liegen käme.

Dadurch wird der Hilfsmotor wieder eingeschaltet. Die fiktive Spannung, die durch die Bewegung des Zellenschalters erzeugt wird, verläuft nach der Kurve K_3. Die von einem Voltmeter angegebene Spannung verläuft nach einer Kurve, die durch die Differenz der Momentanwerte der Kurven $DK_{1,2}$ und K_3 gebildet ist und durch die Kurve DK_3 dargestellt wird.

Zur Zeit t_5 (= 5,5 Sek.) schneidet die Kurve DK_3 die

95 Voltlinie, der Hilfsmotor wird also in diesem Augenblick wieder ausgeschaltet, und die Kurve K_3 geht infolgedessen in die logarithmische Kurve LK_3 über mit dem fiktiven Endwert 123 Volt, der der fiktiven Regulatorstellung von 123 Volt entspricht. Die wirkliche Regulatorstellung ist bei 107,5 Volt. Die Differenzkurve DK_3 wird von der Zeit t_5 an gebildet durch die Differenz von LK_3 und DK_{12}, bezogen auf das 95 Voltniveau. Der Endwert, dem sich die Kurve DK_3 nähert, ist 107,5 Volt, entsprechend der wirklichen Regulatorstellung 107,5 Volt.

Zur Zeit t_6 (= 7,125 Sek.) schneidet die Kurve DK_3 die 105-Voltlinie. Das Kontaktvoltmeter kommt in diesem Moment auf den Anschlag „weniger Spannung“ zu liegen, der Servomotor ist wieder eingeschaltet. Dadurch entsteht eine fiktive Spannung, die nach der Kurve K_4 verläuft. In Wirklichkeit herrscht die Spannung, die durch die Differenz der Momentanwerte der Kurven DK_3 und K_4 gebildet wird, bezogen auf das 105-Voltniveau, und durch die Kurve $DK_{3,4}$ dargestellt ist.

Diese Kurve schneidet die 105-Voltlinie zur Zeit t_7 (= 7,27 Sek.). In diesem Augenblick bleibt der Hilfsmotor wieder stehen. Der Regulator hat die fiktive Stellung 98 Volt. Die Kurve K_4 geht in die logarithmische Kurve LK_4 über, und die Differenzkurve wird jetzt gebildet durch die Differenz der Kurven LK_4 und DK_3 und nähert sich dem Endwert 99 Volt. Die wirkliche Regulatorstellung ist ebenfalls 99 Volt.

Dieser Wert liegt innerhalb 95 und 105 Volt und bleibt auch innerhalb dieser Grenzen. Die Kontaktzunge schwebt frei zwischen den Anschlägen, der Hilfsmotor bleibt also dauernd ausgeschaltet. Der Regulierprozeß ist damit beendet. Die wirklich herrschende Spannung stimmt mit der wirklichen Regulatorstellung überein.

Hierzu sind noch einige Bemerkungen nötig.

1. Die Überlagerung von logarithmischen Kurven. Wie aus dem Vorhergehenden ersichtlich ist, wird das Diagramm durch Überlagerung von „fiktiven“ Spannungsänderungen, die nach einem logarithmischen Gesetze verlaufen, konstruiert.

Es soll nun nachgewiesen werden, daß die durch Überlagerung gebildeten Kurven auch den wirklichen Spannungsverlauf darstellen.

Die Gleichung für die Kurve $DK_{1,2}$ wird analytisch aus der Differentialgleichung gewonnen:

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E + e_0 t.$$

Dabei sind E und $-e_0 t$ (bezogen auf das 105 Voltniveau) die beiden Spannungskomponenten, deren Differenz auf die Magnete des Generators wirkt.

Wenn das bei der Konstruktion von $DK_{1,2}$ angewendete Prinzip der Überlagerung richtig ist, dann muß die Kurve mit folgender Gleichung das Integral obiger Differentialgleichung sein:

$$i = \left[\frac{E}{R}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)\right] - \left[-i_0 t + i_0 T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)\right];$$

denn die Kurve mit dieser Gleichung stellt die durch Überlagerung (algebraische Summe) der logarithmischen Kurve LK_1 und der Kurve K_2 gewonnene Kurve dar.

Bildet man nun $L\frac{di}{dt}$ und Ri und addiert die Werte hierfür, dann muß die rechte Seite der obigen Differentialgleichung resultieren, falls die Anwendung der Überlagerung gestattet ist:

$$\frac{di}{dt} = \left[\frac{E}{R} \cdot \frac{1}{T} \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right] - \left[-i_0 + i_0 \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right]$$

und

$$L\frac{di}{dt} = \left[E \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right] - \left[-i_0 L + i_0 L \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right].$$

$$Ri = \left[E\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)\right] - \left[-i_0 Rt + i_0 L\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)\right]$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E - [-i_0 R \cdot t] = E + i_0 R \cdot t.$$

Nach früherem ist $i_0 = \frac{e_0}{R}$; substituiert man diesen Wert, dann wird

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E + e_0 \cdot t.$$

Damit ist bewiesen, daß die Gleichung für i das Integral der obigen Differentialgleichung ist und demnach auch, daß die durch Überlagerung gewonnene Kurve den Verlauf des Stromes richtig darstellt.

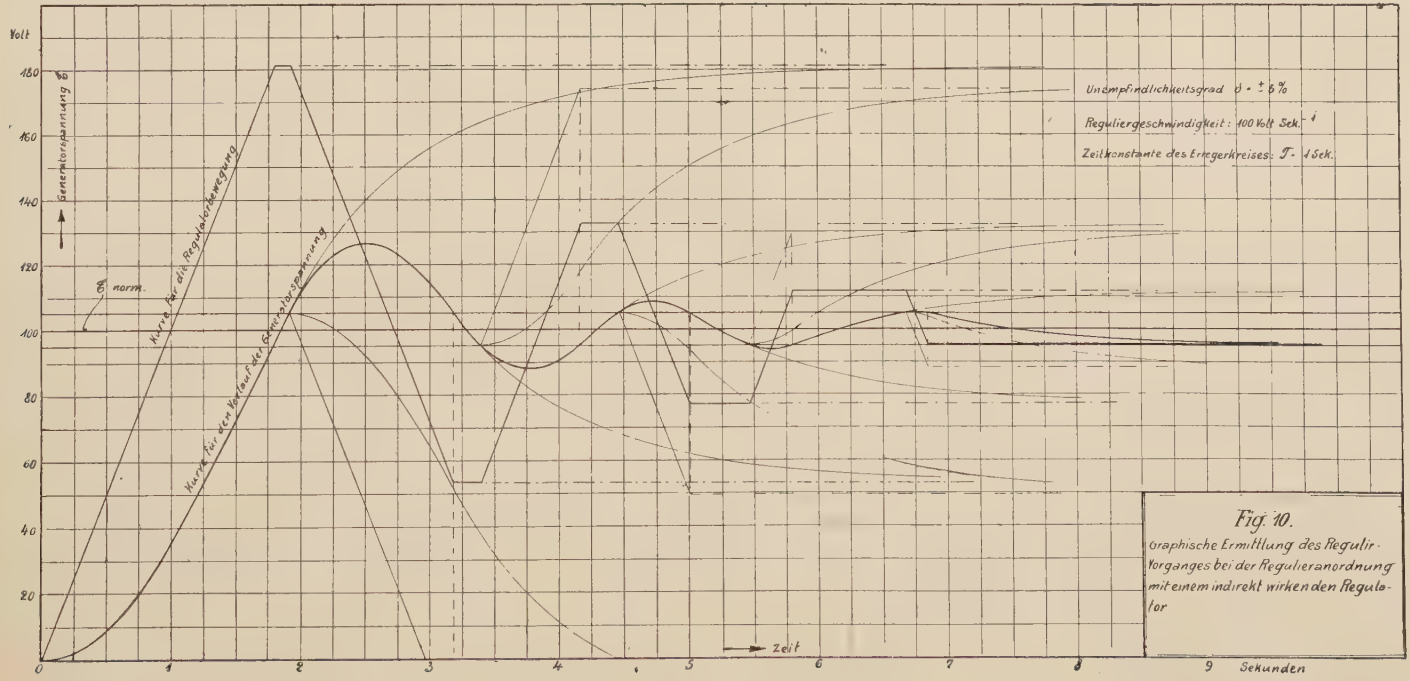

Fig. 10.
Graphische Ermittlung des Regulir-Vorganges bei der Regulieranordnung mit einem indirekt wirkenden Regulator

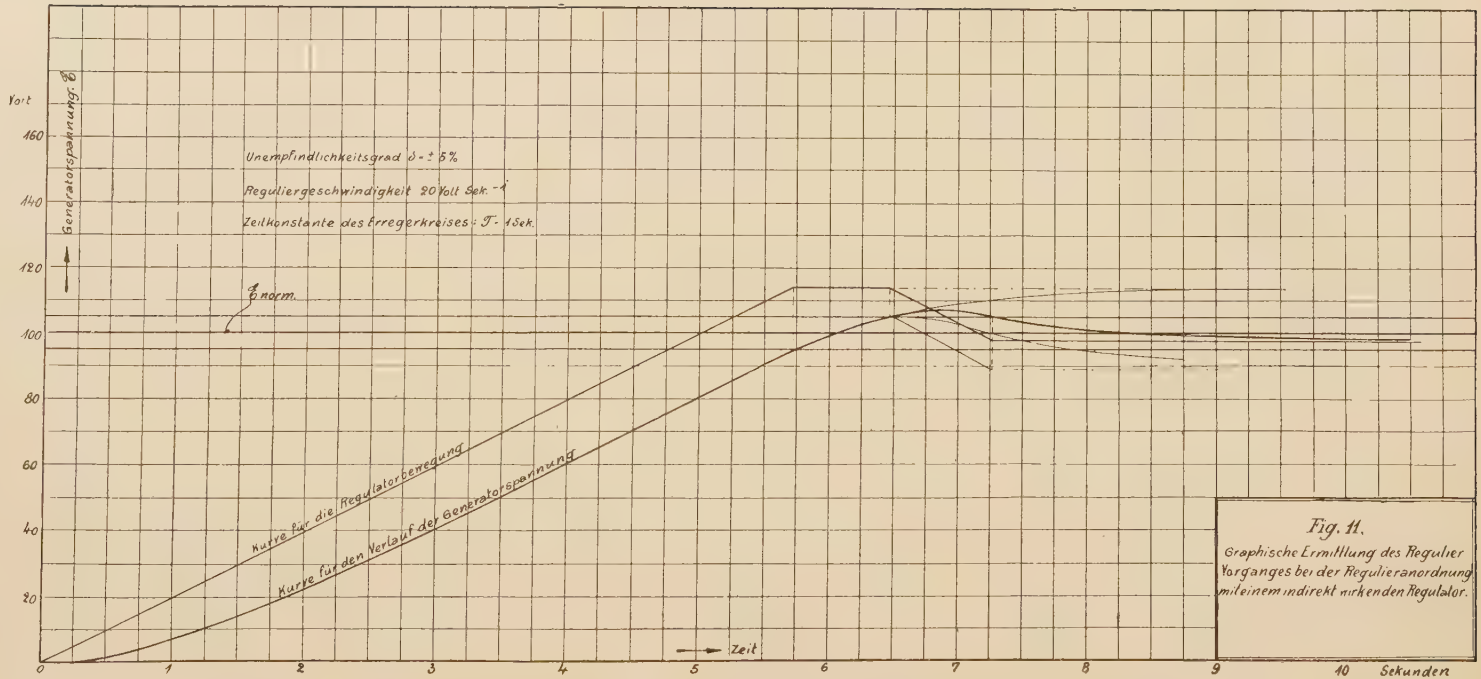

Fig. 11.

Graphische Ermittlung des Regulier Vorganges bei der Regulieranordnung mit einem indirekt wirkenden Regulator.

2. Wirkliche und fiktive Regulatorstellung. Bei der Darstellung des Reguliervorganges wurde zwischen einer wirklichen und einer fiktiven Regulatorstellung unterschieden. Die wirkliche Regulatorstellung, die im Voltmaßstab dargestellt ist, wird durch die stark ausgezogene Zickzacklinie angegeben und gibt zugleich die Sollwerte der Spannung an. In Wirklichkeit herrscht aber eine andere Spannung (stark ausgezogene Wellenlinie), und erst am Schlusse des Regulierprozesses fällt die Regulatorstellung mit der wirklich herrschenden Spannung zusammen, was ja Bedingung für den stationären Zustand ist.

Zur Zeit t_2 herrscht die Spannung 105 Volt. Die wirkliche Regulatorstellung ist 143 Volt. In diesem Augenblick wird der Regulator wieder eingeschaltet und gibt weniger Spannung. Die Kurve K_2, nach welcher der Regulator eine andere Spannung gibt, muß mit dem Werte einsetzen, den die Spannung eben hat, also mit 105 Volt. Um also die Kurve K_2 zeichnen zu können, muß man annehmen, daß der Regulator zur Zeit t_1 die Stellung 105 Volt hat und daß die Regulatorbewegung mit diesem Werte beginnt. Diese Regulatorbewegung ist also fiktiv, da sie in Wirklichkeit, wie gezeigt, mit der Stellung 143 Volt einsetzt und nicht mit der Stellung 105 Volt, wie angenommen wurde.

In gleicher Weise wurden die Regulierdiagramme, wie sie die Figuren 10 und 11 zeigen, konstruiert. Sie unterscheiden sich von dem eben besprochenen nur dadurch, daß andere Reguliergeschwindigkeiten gewählt wurden. Das Diagramm der Fig. 12 zeigt den Verlauf des Reguliervorganges, wenn eine plötzliche Belastung mit 50% Spannungsabfall ausreguliert wird. In diesem Falle muß die Endstellung des Regulators ca. 150 Volt betragen, oder mit anderen Worten, um 50 Volt mehr als der Endwert der Spannung ist, da der Regulator zu Beginn des Prozesses bei 100 Volt steht, während bei der Konstruktion des Diagrammes angenommen werden muß, daß der Regulator bei 50 Volt steht. In solchen Fällen ist also schon die Anfangsstellung des Regulators fiktiv. Da im Ruhezustand der Regulator die gleiche Stellung hat wie die Spannung, also 100 Volt $\pm \delta$, heißt seine Ruhestellung stets 100 Volt $\pm \delta$, wenn die Stellung

von früher her auch eine andere Bezeichnung (150 Volt) hat; d. h. also, der Maßstab oder besser die Eichung der Regulatorstellung ändert sich nach jeder Regulierungsperiode.

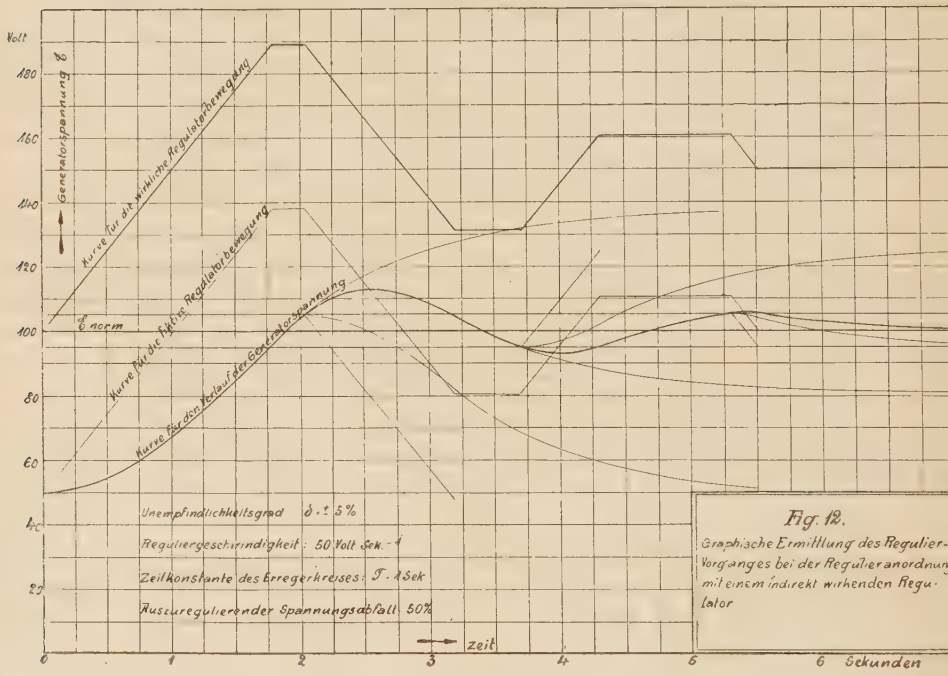

Fig. 12.
Graphische Ermittlung des Regulier-Vorganges bei der Regulieranordnung mit einem indirekt wirkenden Regulator

Es soll noch bemerkt werden, daß der Reguliervorgang auch in andrer Weise dargestellt werden kann, wie später bei der Theorie des Tirrillregulators gezeigt ist, wodurch das Gesetz der Superposition umgangen werden kann.

3. Die graphische Konstruktion der Regulierdiagramme.

Die graphische Konstruktion der Regulierdiagramme gestaltet sich außerordentlich einfach, wenn man von den im folgenden erläuterten Hilfsmitteln Gebrauch macht.

1. Die logarithmische Kurve. Wenn die Zeitkonstante der zu regulierenden Maschine bekannt ist, dann kann man die logarithmische Kurve, welche das Anwachsen des Erregerstromes und damit nach den gemachten Vernachlässigungen das An-

wachsen der Netzspannung angibt, wenn an die Magnete eine konstante Gleichspannung gelegt wird, sehr bequem mit Hilfe der Tabelle zeichnen, die nachstehend angegeben ist und die aus folgender Überlegung entstanden ist.

Die Zeitkonstante T sagt aus, daß der Erregerstrom und damit die Klemmenspannung der Maschine nach einer Zeit $t = T$ vom Moment des Einschaltens an gerechnet auf das 0,632fache seines Endwertes angewachsen ist. Denn aus der Gleichung der logarithmischen Kurve

$$e = E\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)$$

(e = Momentanwert, E = Endwert der Spannung) erhält man bei $t = T$ für e

$$e = 0{,}632\, E.$$

(Der Begriff „Zeitkonstante" wurde von Helmholtz eingeführt.) Ist der Endwert bekannt — dieser wird im folgenden zu 100 Volt angenommen —, dann ergibt sich für e zu verschiedenen Zeiten, die in Vielfachen von T angegeben sind, folgendes:

t	e	e'
Sekunden	Volt	Volt
$0{,}25 \cdot T$	22,5	77,5
$0{,}5 \cdot T$	39,5	60,5
$1{,}0 \cdot T$	63,2	36,8
$1{,}5 \cdot T$	78,0	22,0
$2{,}0 \cdot T$	86,5	13,5
$2{,}5 \cdot T$	91,2	8,8
$3{,}0 \cdot T$	95,0	5,0
$3{,}5 \cdot T$	97,0	3,0
$4{,}0 \cdot T$	98,2	1,8
$4{,}5 \cdot T$	98,9	1,1
$5{,}0 \cdot T$	99,4	0,6
$5{,}5 \cdot T$	99,6	0,4
$6{,}0 \cdot T$	99,85	0,15
$6{,}5 \cdot T$	99,88	0,12
$7{,}0 \cdot T$	99,9	0,1

Mit Hilfe dieser Tabelle kann man jede logarithmische Kurve, welche die Gleichung besitzt

$$e = 100\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right) \quad \text{(Einschaltkurve)}$$

und

$$e' = 100\,\varepsilon^{-\frac{t}{T}}, \quad \text{(Ausschaltkurve)}$$

zeichnen (siehe Fig. 13).

Schneidet man die auf diese Weise erhaltene logarithmische Kurve aus, so daß man die Schablone als Lineal benützen kann, dann läßt sich mit Hilfe dieser Schablone eine Schar von logarithmischen Kurven zeichnen mit allen möglichen Endwerten von 0 bis 100 Volt. Der Endwert ist demnach der Parameter dieser Kurvenschar. Man braucht dazu nur das Lineal in Richtung der Ordinatenachse so zu verschieben, daß sich die Kurve dem verlangten Endwerte nähert. Außerdem muß die Kurve mit einem bestimmten Wert zu einer gewünschten Zeit einsetzen, was durch Parallelverschiebung des Lineals in Richtung der X-Achse erreicht wird. Fig. 13 zeigt eine solche Kurvenschar,

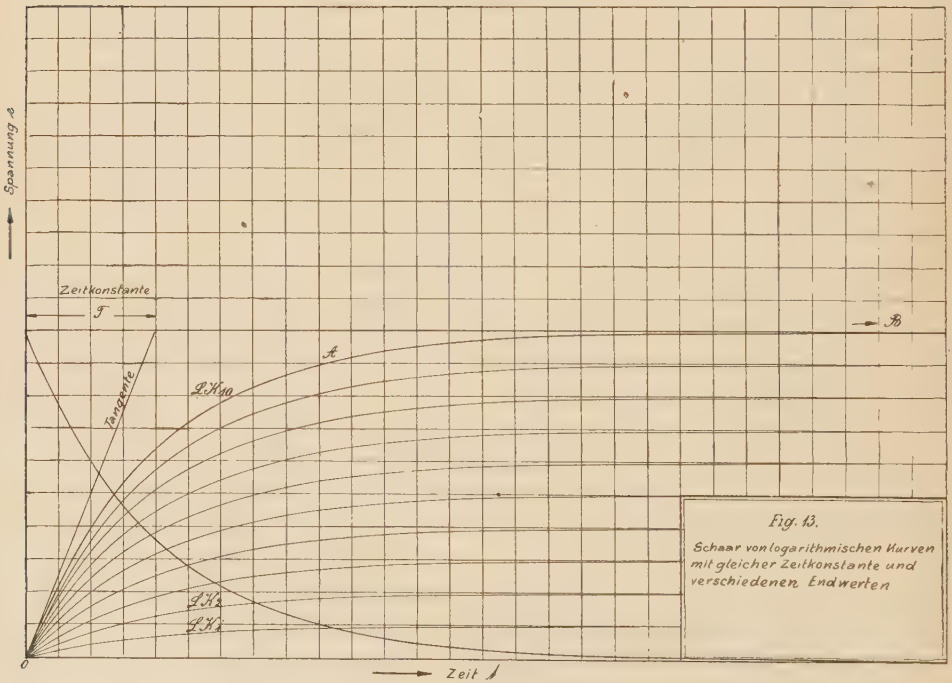

Fig. 13.
Schaar von logarithmischen Kurven mit gleicher Zeitkonstante und verschiedenen Endwerten

die im Punkte $t = 0$, $e = 0$ einsetzt. Man erkennt also, daß z. B. die Kurve LK_1 dieser Kurvenschar das Stück AB der Kurve LK_{10} ist usw. Diese Eigenschaft der logarithmischen Kurve erklärt sich aus folgendem:

Die Kurvenschar der Fig. 13 hat die Gleichung:

$$e = p \cdot E + c \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{T}},$$

p ist der Parameter der Schar.

Diese Gleichung (allgemeines Integral der von früher her bekannten Differentialgleichung für den Einschaltvorgang) enthält noch die Integrationskonstante c. Diese ist aus dem Anfangszustand zu bestimmen.

Für $t = 0$ sei z. B.

$$e = (p - 1)E; \quad \text{(Anfangswert)}.$$

Dann ist

$$e = \mathrm{p} \cdot E - E\varepsilon^{-\frac{t}{T}}$$

$$= (p - 1)E + E\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Allgemein kann man schreiben:

$$e = (p - n)E + nE\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right),$$

wenn n eine Zahl und kleiner als p ist.

Diese Gleichung sagt aus:

Eine logarithmische Kurve mit dem Endwert pE verläuft vom Werte $e = (p - n)E$ an genau so, wie die Kurve mit dem Endwert nE vom Werte $e = 0$ an verläuft; oder mit anderen Worten: Logarithmische Kurven mit beliebigen Endwerten sind Stücke der Kurven mit höherem Endwert.

Mit Hilfe dieses Lineals können also alle logarithmischen Kurven gezeichnet werden, die zur Konstruktion des Diagrammes notwendig sind.

Aus der Entwicklung des Regulierdiagrammes ist z. B. bekannt, daß die Kurve K_1 von der Zeit t_1 an in die logarith-

mische Kurve LK_1 mit dem Endwert 143 Volt übergeht (Fig. 9). In diesem Falle wird die Schablone so angelegt, daß sich die Kurve der Schablone dem Werte 143 Volt nähert, und dann wird das Lineal in Richtung der X-Achse so verschoben, bis es die Kurve K_1 tangiert, was bei $t_1 = 2{,}875$ Sek. $e = 95$ Volt der Fall ist Damit kann also die Kurve LK_1 sofort gezeichnet werden. Das gleiche gilt für die Kurve LK_2; nur muß hier das Kurvenlineal umgedreht werden, da es sich um eine Ausschaltkurve handelt.

Die Kurve $DK_{1,2}$ wird von der Zeit t_3 an gebildet durch die Differenz der Kurven LK_1 und LK_2. Die Differenz zweier logarithmischer Kurven ist aber wieder eine logarithmische Kurve mit dem Endwert gleich der algebraischen Summe der Endwerte von LK_1 und LK_2. Der mathematische Beweis hierfür lautet:

Die Gleichung der einen logarithmischen Kurve laute:

$$e_1 = E_1\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right) + E_0. \qquad (1)$$

Diese Kurve möge also zur Zeit $t = 0$ mit dem Werte E_0 einsetzen, so daß der Endwert der Kurve $E_0 + E_1$ ist.

Die Gleichung der anderen logarithmischen Kurve laute:

$$e_1 = E_2\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right). \qquad (2)$$

Durch Subtraktion der Gleichung (2) von Gleichung (1) erhält man:

$$\begin{aligned} e_1 - e_2 &= E_0 + E_1\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right) - E_2\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right) \\ &= E_0 + (E_1 - E_2)\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right). \end{aligned}$$

Das ist also wieder eine logarithmische Kurve mit dem Endwert $E_0 + E_1 - E_2$ und der Zeitkonstante T. Damit ist der oben ausgesprochene Satz bewiesen.

Die Kurve LK_1 hat den Endwert 143 Volt oder auf das 105 Volt-Niveau bezogen + 38 Volt. Die Kurve LK_2 hat den Endwert 41 Volt oder auf das 105-Volt-Niveau bezogen den Wert — 64 Volt. Die Kurve $DK_{1,2}$ hat also den Endwert

(38 — 64) Volt = — 26 Volt, oder auf die X-Achse bezogen den Endwert 79 Volt.

Man braucht jetzt also nur das Kurvenlineal so zu legen, daß sich der Endwert des Lineals dem Werte 79 Volt nähert und die Kurve des Lineals die $DK_{1,2}$ zur Zeit t_3 tangiert.

Auf diese Weise können also alle logarithmischen Kurven mit Hilfe des Lineals sehr bequem gezeichnet werden.

2. Die Kurve

$$e = e_0 t - e_0 T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Auch diese Kurve kann, sobald man sich für eine Regulatorgeschwindigkeit entschieden hat, sehr leicht mit Hilfe der eben erwähnten Schablone gezeichnet werden. Man braucht von der Geraden $e_0 t$ nur die logarithmische Kurve mit dem Endwert $e_0 T$, die man mit Hilfe des Lineals zeichnen kann, punktweise zu subtrahieren.

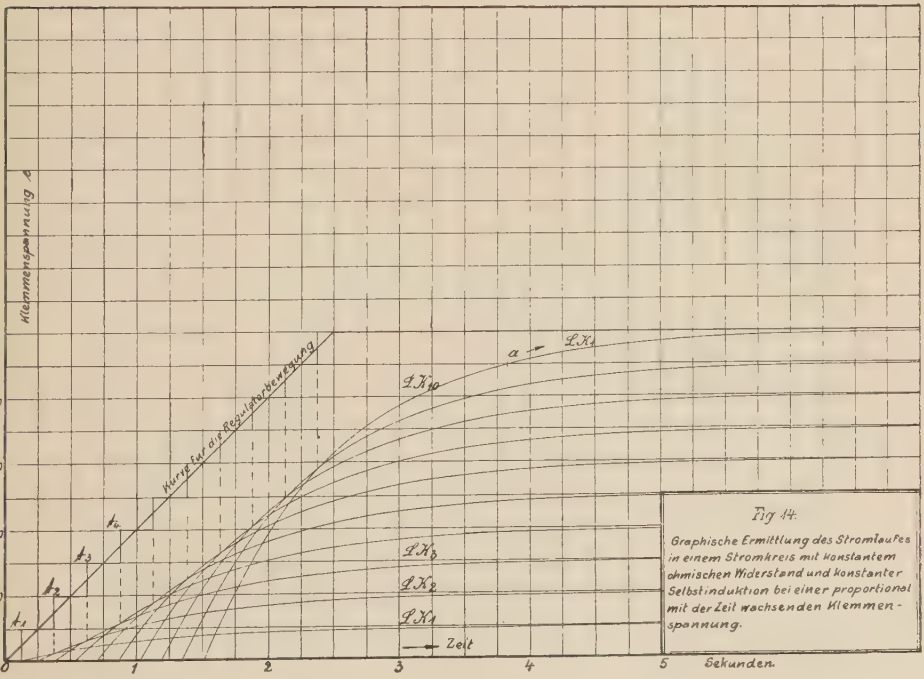

Fig 14.

Graphische Ermittlung des Stromlaufes in einem Stromkreis mit konstantem ohmischen Widerstand und konstanter Selbstinduktion bei einer proportional mit der Zeit wachsenden Klemmenspannung.

Man kann diese Kurve aber auch ohne jede Kenntnis der Gleichung mit Hilfe der Schablone zeichnen.

Man ersetzt die Gerade, die durch die angenommene Regulatorgeschwindigkeit gegeben ist, durch einen treppenförmigen Kurvenzug, wie die Fig. 14 zeigt. Das heißt nichts anderes, als daß die Spannungssteigerung nicht kontinuierlich, sondern sprungweise erfolgt, wie es ja auch der Wirklichkeit entspricht.

Demnach wäre also die Regulatorstellung:

Von $t_1 = 0{,}125$ Sek. bis $t_2 = 0{,}375$ Sek. Regulatorstellung: 10 Volt;
„ $t_2 = 0{,}375$ „ „ $t_3 = 0{,}625$ „ „ 20 „
„ $t_3 = 0{,}625$ „ „ $t_4 = 0{,}875$ „ „ 30 „
⋮ ⋮ ⋮
„ $t_{10} = 2{,}375$ „ „ $t = \infty$ „ „ 100 „

Würde die Spannung von 10 Volt, die von der Zeit t_1 an der Regulatorstellung nach herrschen soll, dauernd bestehen bleiben, dann müßte die Klemmenspannung nach der logarithmischen Kurve LK_1 (Fig. 14) auf den Wert 10 Volt anwachsen.

Von der Zeit t_2 an muß jedoch die Spannung nach der Kurve LK_2 mit dem Endwert 20 Volt weiter anwachsen, und zwar setzt die Kurve LK_2 mit dem Wert ein, den die Kurve LK_1 zur Zeit t_2 eben hatte.

Das geht so fort bis zur Zeit t_{10}, wo die Regulatorstellung 100 Volt einsetzt und dauernd bleibt. Die Ankerspannung muß also nach der logarithmischen Kurve LK_{10} bis auf den Wert 100 Volt anwachsen, und zwar setzt die Kurve LK_{10} mit dem Werte ein, den die Kurve LK_9 zur Zeit t_{10} eben hatte (vgl. Fig. 6).

Zeichnet man nun die Enveloppe dieser Kurvenschar, dann erhält man die gleiche Kurve, die sich aus der oben genannten Gleichung ergab.

Man erkennt auch jetzt sehr deutlich, warum die Spannung von dem Augenblick an, in dem der Regulator stehen bleibt, nach einer logarithmischen Kurve weiter anwächst, die sich tangential anschließen muß.

Schneidet man nun auch diese Kurve aus, dann kann man mit Hilfe dieser beiden Schablonen das ganze Regulierdiagramm sehr rasch und einfach zeichnen.

Es sei noch nebenbei erwähnt, daß man mit Hilfe dieser Treppenkonstruktion überhaupt den Verlauf des Stromes in einer Spule, die Selbstinduktion und ohmischen Widerstand besitzt, für eine nach einem beliebigen Gesetze variierende Spannung sehr leicht graphisch ermitteln kann.

Es muß noch bemerkt werden, daß die experimentell aufgenommenen Kurven für das Abfallen des Stromes beim Wegnehmen der Spannung ein anderes Bild zeigen, da noch Nebenerscheinungen auftreten, wie z. B. Feuer beim Abschalten, Wirbelströme im Eisen, was jedoch in der Rechnung nicht berücksichtigt werden kann und für die Theorie des Reguliervorganges ohne Belang ist.

C. Stabilität des Reguliervorganges.

1. Die kritische Regulatorgeschwindigkeit.

Aus den konstruierten Diagrammen ist ersichtlich, daß der Regulator (der Zellenschalter) um seine neue Lage Schwingungen ausführen kann, die natürlich auch die Spannung mitmacht. Wie jedoch die Diagramme der Figuren 9, 10, 11 zeigen, nimmt die Zahl der Schwingungen bei konstantem Unempfindlichkeitsgrad mit abnehmender Reguliergeschwindigkeit ab. Es gibt eine bestimmte Geschwindigkeit, bei der überhaupt kein Pendeln mehr auftritt. Diese Geschwindigkeit soll nunmehr ermittelt werden.

Aus den Regulierdiagrammen ist bekannt, daß das Pendeln des Regulators dadurch eingeleitet wird, daß der Regulator bereits auf eine zu hohe Spannung reguliert hat, wenn die wirklich herrschende Spannung gerade die untere Unempfindlichkeitsgradlinie schneidet. Die wirklich herrschende Spannung hinkt eben, wie schon öfter erwähnt wurde, wegen der Trägheit der Magnete nach. Auf den Wert, welcher der nun herrschenden Regulatorstellung entspricht, muß, wie bei der Entwicklung des Regulierdiagrammes gezeigt wurde, die Spannung auch

wirklich ansteigen, wenn der Regulator bei dieser Stellung verharrt.

Es ist nun folgendes klar: Ist die Differenz zwischen der wirklichen Spannung und der Regulatorstellung zur Zeit, wo die Spannung die untere Unempfindlichkeitsgradlinie schneidet, kleiner oder höchstens gleich 2δ, dann kann die Spannung auf den Wert der Regulatorstellung ansteigen, ohne daß dabei die obere Unempfindlichkeitsgradlinie geschnitten wird, so daß der Regulator nicht mehr anzusprechen braucht.

Von früher her ist bekannt, daß die jeweilige Spannung hinter dem Sollwerte $e_0 \cdot t$ um $e_0 T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)$ nachhinkt. e_0, in Prozenten der Gesammtspannung ausgedrückt, kann nach früherem auch als Regulatorgeschwindigkeit aufgefaßt werden und werde in dieser Bedeutung gleich v gesetzt.

Es wird nun angenommen, daß ein Spannungsabfall von $a\%$ auszuregulieren sei. Dabei ist a in Prozenten der Normalspannung angegeben.

Dieser Spannungsabfall wird der Regulatorstellung nach in t Sekunden ausreguliert, wenn

$$t = \frac{a}{v}.$$

Die wirkliche Spannung ist hinter diesem Betrag zurück um den Wert

$$v \cdot T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{a}{v \cdot T}}\right).$$

Soll nun der Regulator in Ruhe sein, dann darf höchstens sein:

$$vT\left(1 - \varepsilon^{-\frac{a+\delta}{v \cdot T}}\right) = 2\delta$$

oder

$$v_{\text{Krit.}} = \frac{2\delta}{T - T\varepsilon^{-\frac{a+\delta}{v_k \cdot T}}}.$$

Das ist die Gleichung für die kritische Regulatorgeschwindigkeit. Wird $v_{\text{Krit.}}$ überschritten, dann kommt der Regulator sicher zum Pendeln. In dieser Gleichung ist δ, T und a gegeben. Es soll nun gezeigt werden, wie mit Hilfe dieser Gleichung die kritische Geschwindigkeit berechnet werden kann.

Vorderhand werde das Glied $T\varepsilon^{-\frac{a+\delta}{v \cdot T}}$ vernachlässigt. Dann lautet die Gleichung:

$$v = \frac{2\delta}{T}.$$

Wird diese Geschwindigkeit eingehalten, dann kommt der Regulator ganz sicher nicht zum Pendeln, gleichgültig, wie groß der auftretende Spannungsabfall ist.

Bei den entwickelten Regulierdiagrammen war $\delta = \pm 5\%$ und $T = 1$ angenommen. Daraus ergibt sich $v = 10\%$ der Gesamtspannung, d. h. der Regulator darf 10 Volt pro Sekunde regulieren.

In Fig. 10 beträgt die Reguliergeschwindigkeit $100\% = 100 \frac{\text{Volt}}{\text{Sek.}}$;

„ „ 9 „ „ „ $50\% = 50 \frac{\text{Volt}}{\text{Sek.}}$;

„ „ 11 „ „ „ $20\% = 20 \frac{\text{Volt}}{\text{Sek.}}$.

In allen drei Fällen sollte eine Spannungsänderung von 100% ausreguliert werden. Es ist also von vornherein nicht zu erwarten gewesen, daß der Regulierprozeß ohne Pendelerscheinungen vor sich gehen werde.

Es soll nun aus der genauen Formel die kritische Geschwindigkeit $v_{\text{Krit.}}$ für $a = 100\%$ ermittelt werden. Dies kann nur durch Probieren geschehen. Es werde probeweis $v_k = 10\%$ gewählt. Dann wird $\varepsilon^{-\frac{a+\delta}{v \cdot T}} = \varepsilon^{-\frac{10{,}5}{1}}$. Nach einer Zeit 10,5 mal der Zeitkonstante ist der Einfluß des Exponentialgliedes noch $0{,}5\%_{00}$ (pro Mille), so daß also für 100% Abfall die Näherungsformel schon genau genug die kritische Geschwindigkeit angibt. Für $\frac{a+\delta}{v} = t \geqq 5$ mal Zeitkonstante genügt die Näherungsformel; denn für $\frac{a}{v} = t = 5$ mal Zeitkonstante ist der Einfluß des Exponentialgliedes nur noch 1%.

Es soll nun die kritische Reguliergeschwindigkeit ausgerechnet werden, wenn $a = 10\%$ ist. Setzt man v probeweis $= 20\%$ pro Sekunde, dann wird

$$\varepsilon^{-\frac{a+\delta}{v \cdot T}} = \varepsilon^{-\frac{10+5}{20}} = 0{,}473$$

und demnach

$$\frac{2\delta}{T\left(1-\varepsilon^{-\frac{a+\delta}{v\cdot T}}\right)} = 19.$$

Es soll jedoch gleich 20 werden. $v = 20$ ist also zu hoch gewählt.

Für $v = 17{,}5$ wird

$$\frac{2\delta}{T\left(1-\varepsilon^{-\frac{a+\delta}{v\cdot T}}\right)} = 17{,}25.$$

$v = 17{,}5$ ist also noch zu hoch. Durch graphische Extrapolation findet man für $v = 17\,\%$.

Beträgt also der größte Spannungsabfall nur $10\,\%$. Dann darf der Regulator mit einer solchen Geschwindigkeit laufen, daß er in der Sekunde $17\,\%$ der Gesamtspannung schaltet.

Die Kurven der Fig. 15 zeigen die Schaltgeschwindigkeit als Funktion des Spannungsabfalles für verschiedene Unempfind-

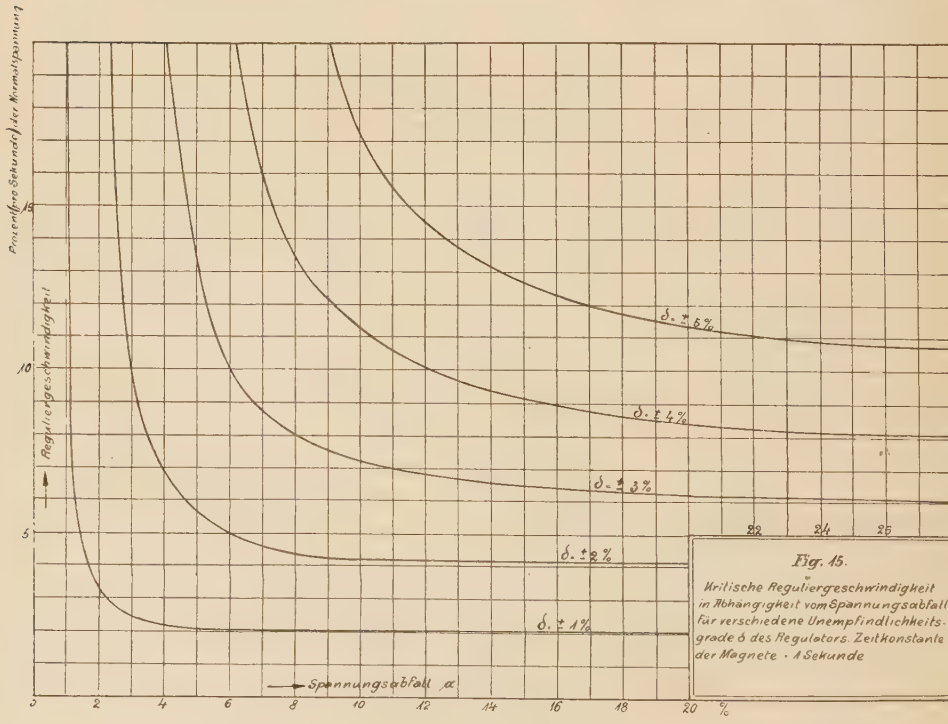

Fig. 15.

Kritische Reguliergeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Spannungsabfall für verschiedene Unempfindlichkeitsgrade δ des Regulators. Zeitkonstante der Magnete = 1 Sekunde

lichkeitsgrade. Je größer der Spannungsabfall ist, desto mehr nähert sich $v_{\text{Krit.}}$ dem Werte

$$v = \frac{2\delta}{T}.$$

Diese Kurven gelten für die Zeitkonstante $T = 1$ Sek.

Ist der Spannungsabfall kleiner als δ, also für jedes $a < \delta$, dann kommt der Regulator überhaupt nicht zum Ansprechen. Die Geraden

$$a = \delta$$

und

$$v = \frac{2\delta}{T}$$

sind demnach die Asymptoden der Kurven $v = f(a)$.

Aus der Näherungsformel für v

$$v = \frac{2\delta}{T}$$

erkennt man, daß der Regulator bei gleichem Unempfindlichkeitsgrad um so langsamer laufen muß, je größer die Zeitkonstante ist, wenn er beim Regulieren nicht zum Pendeln kommen soll. Das ist auch sehr leicht einzusehen; denn von früher ist bekannt, daß bei gleicher Regulatorgeschwindigkeit die Differenz zwischen dem jeweiligen Sollwerte (Regulatorstellung) und dem wirklichen Wert der Spannung um so größer wird, je größer die Zeitkonstante ist.

Ferner sieht man, daß bei gleicher Zeitkonstante der Regulator um so langsamer laufen muß, je kleiner δ ist, da bei gleicher Zeitkonstante die Differenz zwischen dem jeweiligen Sollwerte und dem wirklichen Werte der Spannung um so größer wird, je schneller der Regulator läuft. Im äußersten Falle darf aber diese Differenz nach der Näherungsformel höchstens 2δ betragen.

Aus der genauen Formel für v:

$$v = -\frac{2\delta}{T\left(1 - \varepsilon^{-\frac{a+\delta}{v \cdot T}}\right)}$$

erkennt man, daß bei gleichem δ und T der Regulator um so schneller laufen kann, je kleiner a ist; denn bei gleichem δ

und T ist die Differenz zwischen dem Sollwerte und dem wirklichen Werte der Spannung um so kleiner, je weniger lang die Regulierdauer ist, und die Regulierdauer ist um so kürzer, je kleiner a ist.

Das sind die wichtigsten Folgerungen aus der Bedingungsgleichung für den pendelungsfreien Regulierprozeß.

Für eine gegebene Zeitkonstante T und bei einem bestimmten a nehmen die Regulatorschwingungen, falls die kritische Tourenzahl überschritten wird, um so schneller ab, je größer δ gewählt wird. Daraus ist zu erkennen, daß der Unempfindlichkeitsgrad δ die gleiche Rolle spielt wie eine künstliche Dämpfung.

Zeichnet man den Regulierprozeß für ein $\delta = 0$, so findet man, daß die Schwingungsamplituden anfangs abnehmen und sich einem bestimmten Werte nähern, aber niemals erlöschen, d. h. der Regulator kommt niemals zur Ruhe. Für alle andern Werte von δ, also $\delta > 0$, müssen die Schwingungen mit zunehmender Zeit erlöschen.

Bei der Darstellung des Reguliervorganges wurde von dem Einfluß jeder Massenwirkung abgesehen, das Pendeln des Regulators erfolgte lediglich infolge der Wirkung der magnetischen Trägheit.

Es muß also ganz verfehlt sein, das Pendeln des Regulators durch Anbringen einer künstlichen Dämpfung (Ölkatarakt) beseitigen zu wollen, wie schon vielfach versucht wurde. Man wird im Gegenteil finden, daß durch starkes Dämpfen des Kontaktvoltmeters ein Reguliervorgang, der an sich nicht pendelungsfrei ist, nur noch verschlechtert wird.

2. Einfluß der bei der Entwicklung der Regulierdiagramme vernachlässigten Größen.

Bei der Entwicklung der Regulierdiagramme wurde angenommen:

1. daß das Kontaktvoltmeter keine Eigenreibung und Trägheit besitzt;
2. daß die Erregerspannung in unendlich feinen Stufen zu- und abgeschaltet wird;

3. daß dem Stromkreis eine Zeitkonstante zugeschrieben werden kann (Verlauf des Erregerstromes nach einer Exponentialkurve).

Es soll nun untersucht werden, inwieweit diese Vernachlässigungen Einfluß auf den Reguliervorgang haben, d. h. ob die Formel für die kritische Reguliergeschwindigkeit bei Berücksichtigung dieser Einflüsse noch Gültigkeit hat.

1. Einfluß der Eigenreibung und Trägheit des Kontaktvoltmeters.

Ist die Netzspannung z. B. kleiner als die untere Unempfindlichkeitsgrenze, dann liegt das Voltmeter mit einem bestimmten Druck auf dem Anschlag „mehr Spannung". Der Druck ist abhängig von der jeweilig herrschenden Spannung. In dem Maße als die Spannung durch das Arbeiten des Hilfsmotors anwächst, wird auch der Kontaktdruck des Voltmeters kleiner. Hat die Spannung eben den Wert des unteren Unempfindlichkeitsniveaus, dann ist der Kontaktdruck gleich Null.

Durch geeignete Hilfsmittel kann man erreichen, daß das Kontaktvoltmeter fast funkenfrei ausschaltet. In diesem Falle schaltet das Voltmeter schon beim Kontaktdruck 0 ab; zum mindesten ist der Weg, den das Kontaktvoltmeter zum Abschalten des Hilfsmotors zurücklegen muß, ganz minimal. Hier macht sich also die Trägheit und Reibung des Kontaktvoltmeters kaum störend bemerkbar. Diese wirken nur nachteilig, wenn der Zeiger des Kontaktvoltmeters bewegt werden und einen Weg zurücklegen muß. Das ist aber nur der Fall, wenn der Hilfsmotor die kritische Tourenzahl überschreitet, was aber hier nicht näher betrachtet zu werden braucht.

2. Einfluß der Stufen beim Zuschalten der Erregerspannung.

Bei der Konstruktion der Regulierdiagramme wurde angenommen, daß die Erregerspannung in unendlich feinen Stufen, also kontinuierlich zugeschaltet werden kann. Das trifft in Wirklichkeit nicht zu. Meist handelt es sich auch nicht um

das Zuschalten von Akkumulatorenzellen, sondern um die Veränderung eines vorgeschalteten Widerstandes.

Ist der Widerstand, der durch den Hilfsmotor verändert wird, so grob gestuft, daß eine Stufe des Widerstandes eine größere Spannungsänderung hervorbringt als der Unempfindlichkeitsgrad 2δ beträgt, dann kommt der Regulator niemals zur Ruhe, sondern pendelt immer um eine Stufe hin und her, gleichgültig, wie groß die Reguliergeschwindigkeit v ist.

Die erste Bedingung für die Stabilität der Regulierung ist die, daß der Widerstand so fein gestuft ist, daß die Spannungsänderung durch das Zu- oder Abschalten einer Stufe kleiner ist als 2δ.

Ist diese Bedingung erfüllt, dann ist trotzdem noch Gefahr vorhanden, daß der Regulator infolge der endlich kleinen Stufen des Widerstandes überreguliert, auch wenn sonst die kritische Reguliergeschwindigkeit eingehalten wird; denn es kann vorkommen, daß die letzte zugeschaltete Stufe die obere Grenze des Unempfindlichkeitsgrades gerade überschreitet, so daß das Kontaktvoltmeter nochmals ansprechen muß.

Man sieht, daß es auf alle Fälle vorteilhaft ist, die zu- oder abzuschaltenden Stufen möglichst fein zu machen.

3. Einfluß des variablen Widerstandes des Stromkreises.

Dadurch, daß die Änderung des Stromes im Erregerkreis durch Veränderung der Zellenzahl der Batterie erfolgte, war die Annahme gerechtfertigt, daß dem Erregerkreis eine Zeitkonstante zugeschrieben werden könne. In Wirklichkeit ist aber statt der Batterie fast stets ein Regulierwiderstand angeordnet. Die Änderung des Stromes erfolgt also durch Änderung des den Magneten vorgeschalteten Widerstandes. Jetzt kann also von einer Zeitkonstante des Stromkreises keine Rede mehr sein, und darnach sind für solche Fälle die früher abgeleiteten Konstruktionen nicht mehr gültig.

Wenn man aber berücksichtigt, daß die Änderung des Widerstandes stufenweise erfolgt, so kann man auch für derartige Fälle ein Regulierdiagramm entwerfen, indem man eben von

Widerstandsstufe zu Widerstandsstufe eine andere Zeitkonstante einführt.

Mit Hilfe der bekannten Treppenkonstruktion ergibt sich eine einfache Behandlung dieses komplizierteren Falles, besonders wenn noch von dem im folgenden entwickelten Satz über logarithmische Kurven Gebrauch gemacht wird.

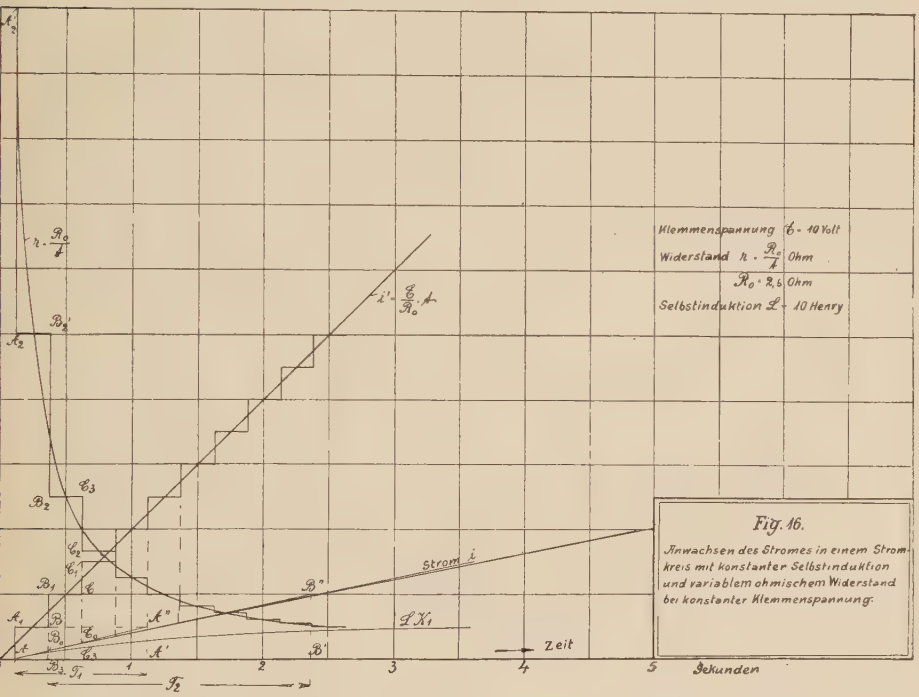

Fig. 16.

Anwachsen des Stromes in einem Stromkreis mit konstanter Selbstinduktion und variablem ohmischem Widerstand bei konstanter Klemmenspannung.

Nach dem Früheren wäre es notwendig, von Stufe zu Stufe eine neue logarithmische Kurve mit einer anderen Zeitkonstante zu zeichnen. Da es aber sehr umständlich wäre, so viel Kurven zu zeichnen (eine Schablone kann nicht benutzt werden), so zeichnet man mit Vorteil nur die Tangente des betreffenden für die Einhüllende in Betracht kommenden Kurvenstückes.

Die Fig. 16 zeigt eine derartige Konstruktion.

Es wurde angenommen, daß sich der ohmische Widerstand r des Stromkreises nach der Kurve $r = \frac{R_0}{t}$ ändert (infolge der

Regulatorbewegung), während die Selbstinduktion des Stromkreises konstant bleiben möge.

Wäre die Selbstinduktion Null, dann würde der Strom nach der Geraden $i' = \frac{E}{R_0} \cdot t$ anwachsen, wobei jetzt E die konstante Spannung der Stromquelle ist.

In bekannter Weise zerlegt man jetzt die beiden Kurven in Treppen, die der tatsächlichen Stufung des Widerstandes entsprechen.

Während der Zeit $t = AB_3$ wächst der Strom, wie früher gezeigt, nach der logarithmischen Kurve LK_1 mit dem Endwert AA_1 an. Die Tangente an diese Kurve im Punkte A ist AA''. Es wird also angenommen, daß der Strom nach der Tangente statt nach der logarithmischen Kurve anwächst. Von der Zeit $t = OB_3$ an strebt der Strom dem Endwert B_3B_1 zu, aber mit einer anderen Zeitkonstante, da der Widerstand geändert wurde Man zeichnet nun im Punkte B_0 wieder die Tangente an die neue logarithmische Kurve. Diese erscheint als B_0B''. Und so fährt man fort und erhält auch damit das Anwachsen des Stromes mit der Kurve, die die Einhüllende der Tangentenschar ist.

Es muß jetzt noch gezeigt werden, auf welche Weise man die Tangentenschar erhält.

Für die logarithmischen Kurven gilt der Satz:

Das Lot durch einen beliebigen Punkt einer logarithmischen Kurve und die Tangente an diesen Punkt schneiden auf einer Parallelen zur XX-Achse durch den Endwert der Kurve eine Strecke ab, die gleich der Zeitkonstanten ist.

Oder mit anderen Worten:

Die Subtangente einer logarithmischen Kurve auf der Parallelen zur XX-Achse durch den Endwert ist konstant und gleich der Zeitkonstante.

Der Beweis hierfür ist:

Die Gleichung der logarithmischen Kurve lautet

$$i = J \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \qquad \text{(Ausschaltkurve).}$$

Die Subtangente hat die Gleichung

$$S = i \frac{dt}{di};$$

bildet man aus obiger Gleichung $i \frac{dt}{di}$, so wird für die logarithmische Kurve

$$S = i \frac{J}{T} \varepsilon^{-\frac{t}{T}};$$

nun ist

$$\frac{i}{J} = \varepsilon^{-\frac{t}{T}},$$

also wird

$$S = T$$

was zu beweisen war.

Das gleiche gilt für die Einschaltkurve

$$i = J\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right),$$

wenn die Subtangente auf der Parallelen zur XX-Achse durch den Endwert gebildet wird.

Im vorliegenden Fall rechnet man für jede Stufe die Zeitkonstante T aus, also für Stufe 1 den Wert T_1, für Stufe 2 den Wert T_2 usw. Nunmehr trägt man für Stufe 1 die Zeitkonstante T_1 vom Punkte A aus auf der Abszissenachse auf, macht also

$$AA' = T_1.$$

Dann errichtet man in A' das Lot und bringt es zum Schnitt mit der Geraden A_1A''. Dann ist AA'' die Tangente an die logarithmische Kurve LK_1. Man kann natürlich auch die Zeitkonstante T_1 gleich auf der Geraden A_1A'' auftragen, da ja

$$A_1A'' = AA'.$$

Für Stufe 2 kann man in ähnlicher Weise vorgehen wie eben für Stufe 1. Man kann aber auch gleich

$$B_1B' = T_2$$

machen und B_0 mit B'' verbinden. Dann ist B_0B'' die Tangente an die Kurve LK_2, die man natürlich nicht mehr zu zeichnen braucht. Und so fährt man fort von Stufe zu Stufe. Das

gleiche Verfahren kann man natürlich auch anwenden, wenn sich die Zeitkonstante nicht ändert.

Die Einhüllende dieser Tangentenschar ist eine Gerade, die durch den Koordinatenanfangspunkt geht.

Man sieht also, daß die Kurve für den Stromverlauf bei variablem Widerstand hinter der früher gezeichneten (T konstant) zurückbleibt.

Nun ist aber noch folgendes zu bemerken. Bisher wurde L als konstant angenommen. Das trifft aber in Wirklichkeit nicht zu, wie man aus der Leerlaufscharakteristik der Maschine, welche die Klemmenspannung und damit die Zahl der mit dem Strome verketteten Kraftlinien als Funktion des Erregerstromes angibt, erkennen kann. Rechnet man aus dieser Kurve für jeden Erregerstrom die Zahl der mit dem Strome Eins verketteten Kraftlinien aus, dann findet man, daß diese Kraftlinienzahl mit zunehmender Sättigung immer kleiner wird; d. h. L nimmt mit zunehmendem Erregerstrom in dem gleichen Maße ab, wie die Sättigung zunimmt. Wäre also R konstant, dann würde T mit zunehmender Sättigung abnehmen. (In diesem Falle bleibt natürlich die früher gemachte Annahme über die Proportionalität zwischen Spannung und Erregerstrom nicht bestehen.)

Man erkennt also, daß die Zeitkonstante des Erregerkreises auf keinen Fall so stark zunehmen kann, als der Widerstand abnimmt, so daß die Formel für die kritische Reguliergeschwindigkeit doch mit hinreichender Genauigkeit als Grundlagen zur Berechnung der zulässigen Geschwindigkeit des Hilfsmotors benützt werden kann.

Auf alle Fälle wird man am besten die angenäherte Formel für die kritische Reguliergeschwindigkeit benützen, um eine größere Sicherheit zu haben.

3. Die Dauer des Regulier-Vorganges.

Wie schon erwähnt wurde, beginnt der Regulierprozeß praktisch erst, wenn die Spannungsänderung schon vollständig aufgetreten ist.

Hält der Regulator die Geschwindigkeit v ein, die nach der angenäherten Formel für die kritische Reguliergeschwindigkeit zulässig ist, und ist die zu regulierende Spannungsänderung $a\,\%$, dann beträgt die Regulierdauer τ

$$\tau = \frac{a}{v} \text{ Sek.}$$

oder, wenn man den Wert von v substituiert,

$$\tau = \frac{a \cdot T}{2\delta} \cdot \text{Sek.}$$

In dieser Zeit hat die Spannung den Wert der unteren Unempfindlichkeitsgrenze erreicht. Von da an steigt die Spannung nach der logarithmischen Kurve an bis zum Werte der oberen Unempfindlichkeitsgradgrenze, den sie bis auf zirka $1\,\%$ von 2δ genau in der Zeit $5\,T$ Sek. erreicht, wie aus der früheren Tabelle bekannt ist.

Ist T und δ gegeben, dann dauert der Reguliervorgang um so länger, je größer die auszuregulierende Spannungsänderung ist. Das ist der größte Nachteil dieser Regulieranordnung, und dadurch wird sie für Zentralen mit stark schwankender Last ganz ungeeignet.

D. Versuchsergebnisse.

Die aus dem Vorhergehenden gewonnenen Resultate wurden durch Versuche mit einem indirekt wirkenden Regulator der Siemens-Schuckert-Werke, der im wesentlichen eingerichtet ist, wie Fig. 5 zeigt, und wie er vielfach in Zentralen mit vorwiegendem Lichtbetrieb verwendet wird, geprüft.

Die Spannung des regulierten Generators betrug zirka 110 Volt, die auszuregulierende Spannungsschwankung $50\,\%$.

Zuerst wurde das Kontaktvoltmeter auf einen solchen Unempfindlichkeitsgrad eingestellt, daß der Reguliervorgang bei $v = 9{,}2\,\%$ pro Sek. gerade noch stabil war. Es ergab sich ein δ zu $\pm 3{,}2\,\%$ (Fig. 17).

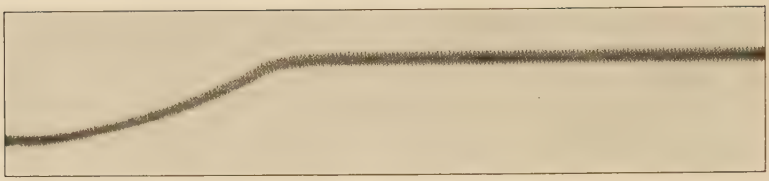

Fig. 17.

Darnach ergibt sich der Mittelwert der Zeitkonstante zu

$$T = \frac{6{,}4}{9{,}2} = 0{,}7 \text{ Sek.}$$

Bei der gleichen Regulatorgeschwindigkeit und dem gleichen Spannungsabfall wurde das Kontaktvoltmeter auf $\delta = \pm 2\ ^0/_0$ eingestellt. Damit war der Reguliervorgang nicht mehr pendelungsfrei, wie Oszillogramm Fig. 18 zeigt.

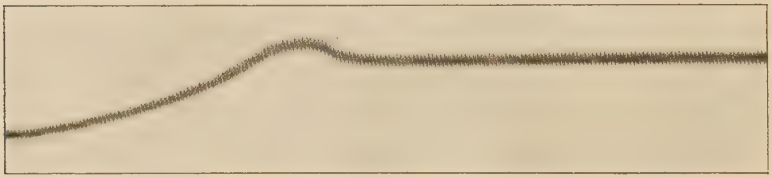

Fig. 18.

Die kritische Reguliergeschwindigkeit ist jetzt:

$$v = \frac{4}{0{,}7} = 5{,}7\ ^0/_0 \text{ pro Sek.;}$$
$$= 6{,}2 \text{ Volt pro Sek.}$$

Tatsächlich war bei dieser Geschwindigkeit der Regulierprozeß wieder frei von Pendelerscheinungen.

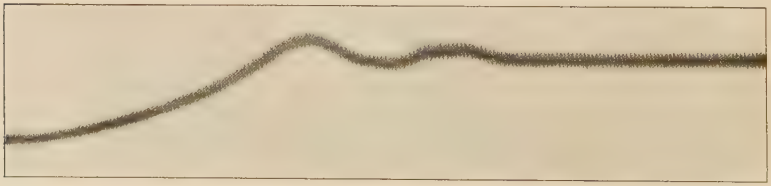

Fig. 19.

Oszillogramm Fig. 19 zeigt den Verlauf des Reguliervorganges bei $\delta = \pm 1{,}5\ \%$ und $v = 9{,}2\ \%$ pro Sek.

Die Oszillogramme zeigen nicht den Verlauf der Klemmenspannung, sondern den Verlauf des Erregerstromes. Über den Erregerstrom sind noch Harmonische höherer Ordnung gelagert, die von der Ankerrückwirkung herrühren, auf den Verlauf des Reguliervorganges aber keinen Einfluß haben.

Zur Kategorie dieser Regulatoren gehören auch die bekannten Regulatoren von Thury.

III. Der Tirrill-Regulator.

A. Prinzip der Schnellregulierung.

Es wurde bereits früher darauf hingewiesen, daß die Schwierigkeiten, die sich einer stoßfreien Regulierung elektrischer Generatoren entgegenstellen, viel größer sind als bei Regulieranordnungen von Kraftmaschinen, da die Spannungsänderungen, die den Regulierprozeß einleiten, viel schneller erfolgen, als sie durch die trägen Magnete ausreguliert werden können.

Die Schwierigkeiten liegen hauptsächlich in der Überwindung

1. Der Trägheit der Magnete der zu regulierenden Maschine;
2. Der Trägheit der zu bewegenden Regulatormassen.

1. Die magnetische Trägheit.

Bekanntlich ist die Zeitkonstante T ein Maß für die Trägheit der Magnete eines Generators. Ein Mittel, um die Zeitkonstante zu verkleinern, ist das Vorschalten eines großen, induktionsfreien Widerstandes vor die Magnetwicklung. Dieses Mittel kann aber nur in beschränktem Maße angewendet werden, da die im Vorschaltwiderstande vernichtete Energie verloren ist, so daß also diese Anordnung zu teuer kommt.

Es ist aber auch möglich, ein rasches Anwachsen des Stromes in der Erregerwicklung bei gleichbleibender Zeitkonstante des Stromkreises zu erreichen. Ist z. B. der ohmische Widerstand des Kreises 1 Ohm und die Selbstinduktion 1 Henry, so daß also die Zeitkonstante $T = 1$ Sek. ist, und wird ein Erregerstrom von 10 Amp. verlangt, dann ist eine Klemmenspannung von 10 Volt notwendig. Legt man diese Spannung an die Magnete, dann dauert es ungefähr $5T$ (Sek.) $= 5$ Sek. bis der Strom auf 1 % seines Endwertes angewachsen ist.

Legt man nun nicht 10 Volt, sondern 100 Volt, also das Zehnfache, an die Magnete, dann stellt sich nach $5T = 5$ Sek. ein Strom von ca 99 Amp. ein. Es war aber angenommen, daß nur 10 Amp. nötig sind. Rechnet man nach, wie lange es dauert, bis der Strom in diesem Falle den Momentanwert 10 Amp. erreicht, dann findet man aus der Gleichung

$$i = J\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)$$

oder, wenn man die Werte substituiert,

$$10 = 100\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{1}}\right)$$

t zu ca 0,1 Sek. Der Strom hat also den Wert 10 Amp. in einer 50mal kürzeren Zeit erreicht. Allerdings behält der Strom diesen Wert nicht bei, sondern wächst weiter an bis auf den Endwert 100 Amp. Sorgt man aber dafür, daß die Spannung in dem Augenblick, als der Strom den Wert 10 Amp. hat, auf 10 Volt ermäßigt wird, dann behält der Strom auch diesen Wert bei.

Auf diese Weise kann man also erreichen, daß bei gleichbleibender Zeitkonstante der gewünschte Strom in beliebig kurzer Zeit erreicht wird, wenn man nur im ersten Augenblick eine genügend hohe Spannung anlegt. Wie dies praktisch geschehen kann, soll später gezeigt werden.

2. Die Massenträgheit.

Da es sich, wie schon erwähnt wurde, bei der Schnellregulierung darum handelt, die Regulatormassen schnell von einer Lage in die andere zu bewegen, müssen die zu bewegenden Massen möglichst klein gehalten werden. Da man aber nicht unter eine gewisse Grenze kommt, muß man auch noch die Regulatorwege sehr klein machen.

Nach Darlegung dieser Prinzipien erkennt man, daß die früher behandelten Regulatortypen keine Schnellregulatoren sind, da ihnen diese beiden Merkmale fehlen. Ebensowenig können aber auch die Kompoundierungsanordnungen für Wechselstrom- und Drehstromgeneratoren als Schnellregulatoren angesprochen werden. Diese Regulieranordnungen besitzen zwar

keine zu bewegenden Massen, dagegen ist aber keine nach Forderung 1 gekennzeichnete Vorkehrung getroffen, so daß die Geschwindigkeit der Kompoundierung ganz von der Zeitkonstante der Magnete abhängt.

B. Anordnung.

1. Einfachste Anordnung.

Bevor die Theorie des eigentlichen Tirrillregulators gegeben wird, soll der Grundgedanke dieses Regulierungsprinzipes an einem einfachen Apparate erläutert werden. Vermutlich wird der im folgenden eingeschlagene Weg zur Klärung des Vorganges auch der Weg sein, den der Erfinder beim Ausarbeiten des Regulators gegangen ist.

Fig. 20a zeigt die Anordnung der einfachsten Form des Schnellregulators. Ein Generator G arbeitet auf die Sammelschienen S, deren Spannung konstant zu halten ist. Die Erregung E des Generators erfolgt von der Akkumulatorenbatterie A und kann durch den Widerstand W von Hand aus reguliert werden. Das Regulieren kann auch automatisch vom Regulator R erfolgen. Der Regulator R besteht dem Wesen nach aus einem Magnet M, dessen Wicklung am Netz hängt. Dieser Magnet übt bei einer Spannung E_n, die konstant zu halten ist, eine Zugkraft K auf das Ankereisen aus, welcher der Gegenkraft der Feder F gerade das Gleichgewicht hält, wenn der Hebel H in der Mitte zwischen den Anschlägen a und b schwebt.

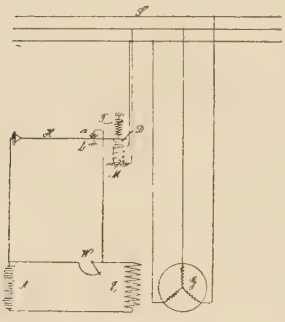

Fig. 20a.

Sinkt nun die Netzspannung, dann überwiegt die Zugkraft der Feder F und zieht den Hebel an den Anschlag a. Infolge der getroffenen Schaltung wird dadurch der ganze Widerstand W, der vorher ganz eingeschaltet war, kurzgeschlossen, so daß die Spannung steigen muß. Da der kurzgeschlossene Widerstand

sehr groß gedacht werden muß, wird die Generatorspannung viel höher steigen, als normal ist. Die Anzugskraft des Magneten M überwiegt wieder und reißt den Hebel vom Anschlag a ab. Der Widerstand W ist infolgedessen wieder eingeschaltet, so daß die Spannung fallen muß. Sie sinkt unter den normalen Wert nach den früheren Annahmen, so daß die Federkraft wieder überwiegt und den Anker nach oben reißt, und so wiederholt sich das ganze Spiel von neuem.

Es soll nun untersucht werden, wie diese Schwingungen zustande kommen und wovon ihre Zahl und Form abhängt.

Schwebt der Hebel frei zwischen den Anschlägen a und b, dann herrscht bei voll eingeschaltetem Widerstand W der Erregerstrom i_0 Amp. und dementsprechend eine Generatorspannung E_0 Volt. Wird der Hebel von Hand aus an den Anschlag a gedrückt, dann wächst der Erregerstrom (und mit ihm die Ankerspannung) vom Werte i_0 nach der logarithmischen Kurve

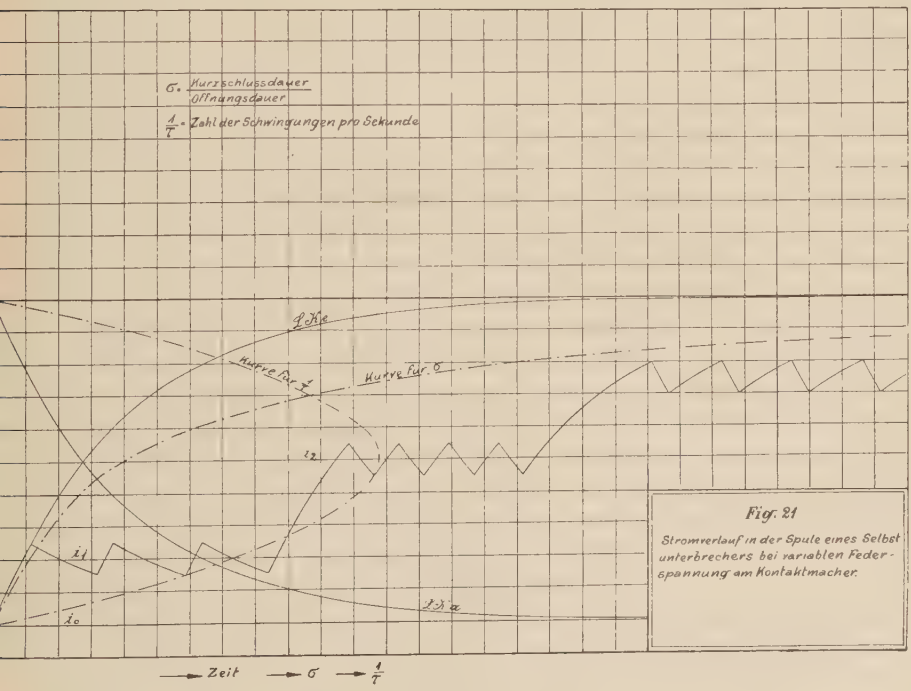

Fig. 21

Stromverlauf in der Spule eines Selbstunterbrechers bei variablen Federspannung am Kontaktmacher.

LK_e auf den Endwert J an. Wird der Hebel nunmehr an den Anschlag b gedrückt, dann fällt der Erregerstrom nach der logarithmischen Kurve LK_a wieder auf den Wert i_0 ab (Fig. 21).

Die beim Erregerstrom i_0 herrschende Spannung E_0 sei kleiner als die konstant zu haltende Spannung E_n. Infolgedessen wird der Hebel H, wenn er freigegeben wird, nach oben gerissen. Der Erregerstrom wird also nach der Kurve LK_e anwachsen. Beim Werte $i = i_1$ herrsche gerade die Normalspannung E_n. Der Druck des Hebels H auf den Kontakt a wird dabei gerade gleich Null. Der Erregerstrom i und die Ankerspannung wächst noch um den Betrag δ weiter an, da ein kleiner Überschuß über die Zugkraft $-K$ der Feder vorhanden sein muß, wenn der Hebel nach dem Anschlag b bewegt werden soll. Sobald also der Erregerstrom den Wert $i_1 + \delta$ hat, wird der Hebel nach unten gerissen, so daß der Widerstand W nunmehr wieder eingeschaltet ist. Der Erregerstrom nimmt infolgedessen ab, und zwar nach dem Stück der Kurve LK_a, das mit dem Wert $i_1 + \delta$ beginnt, bis auf den Wert $i_1 - \delta$. Sobald der Strom den Wert $i_1 - \delta$ erreicht hat, überwiegt die Zugkraft der Feder und reißt den Hebel wieder nach oben, der Strom wächst wieder nach der Kurve LK_e an, und so geht das Spiel weiter. Dabei ist angenommen, daß die logarithmischen Kurven LK_e und LK_a die gleiche Zeitkonstante haben, was in Wirklichkeit nicht zutrifft, wie noch später gezeigt wird.

Man sieht, daß der Erregerstrom ständig pulsiert, und zwar wie die gezeichnete Zickzackkurve, die aus Stücken von zwei logarithmischen Kurven zusammengesetzt ist und den Mittelwert i_1 hat, zeigt. Bei Beginn des Reguliervorganges braucht der Strom t_1 Sek., bis er vom Werte i_0 auf den Wert i_1 angewachsen ist. Bei einer Kompoundierungsanordnung würde es, wie schon erwähnt wurde, $5 \cdot T$ Sek. dauern (siehe Kurve LK_{i_1}), bis der Spannungsabfall wieder ausreguliert ist.

Wird der Generator noch mehr belastet, dann muß der Regulator auf einen höheren Erregerstrom — etwa auf i_2 Amp. — regulieren, denn bei i_1 Amp. wäre der Hebel H nicht mehr ausbalanziert. Das Pulsieren des Erregerstromes erfolgt jetzt nach der Zickzackkurve mit dem Mittelwert i_2, die, wie ersicht-

lich ist, eine andere Form hat wie die früher betrachtete. Aus den gezeichneten Zickzackkurven ist zu erkennen, daß mit zunehmendem Erregerstrom die Kurzschlußdauer des Widerstandes zu- und die Einschaltdauer abnimmt. Beim Zeichnen der Zickzacklinien wurde angenommen, daß δ für alle Mittelwerte von i gleich bleibt, was in Wirklichkeit nicht genau zutrifft. Doch sollen diese kleinen Änderungen vernachlässigt werden.

Es soll jetzt das Verhältnis: Kurzschlußdauer t_k zur Einschaltdauer t_e des Widerstandes für die Mittelwerte i des Stromes bei konstantem δ gerechnet werden.

Die Gleichung der Kurve LK_e lautet:

$$i = J\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right);$$

oder nach t aufgelöst

$$t = T \lg_{J-i}^{J}.$$

Setzt man $J = 1$, dann ist

$$t = T \lg_{1-i}^{1};$$

der Wert $i + \delta$ wird erreicht in der Zeit

$$t_2 = T \lg_{1-i-\delta}^{1};$$

und der Wert $i - \delta$ in der Zeit

$$t_1 = T \lg_{1-i+\delta}^{1}.$$

Die Kurzschlußdauer des Widerstandes t_k ist

$$t_k = t_2 - t_1$$

oder

$$t_k = T\left(\lg \frac{1}{1-i-\delta} - \lg \frac{1}{1-i+\delta}\right);$$

oder

$$t_k = T \lg \frac{1-i+\delta}{1-i-\delta}.$$

Die Gleichung der Kurve LK_a lautet:

$$i = J\varepsilon^{-\frac{t}{T}}$$

oder nach t aufgelöst:

$$t = T \lg n \frac{J}{i}.$$

Setzt man wieder $J = 1$, dann wird

$$t = T \lg n \frac{1}{i}.$$

Die Kurve setzt mit dem Werte $i + \delta$ ein. Dieser wird erreicht zur Zeit

$$t_2 = T \lg n \frac{1}{i + \delta};$$

der Endwert des Kurvenstückes ist $i - \delta$. Dieser wird erreicht zur Zeit

$$t_3 = T \lg n \frac{1}{i - \delta}.$$

Die Einschaltdauer des Widerstandes t_e ist:

$$t_e = t_3 - t_2$$

oder

$$t_e = T\left[\lg n \frac{1}{i - \delta} - \lg n \frac{1}{i + \delta}\right];$$

oder

$$t_e = T \lg n \frac{i + \delta}{i - \delta}.$$

Das gesuchte Verhältnis $\sigma =$ Kurzschlußzeit t_k zu Einschaltzeit t_e als Funktion von i wird also

$$\sigma = \frac{\lg n \frac{1 - i + \delta}{1 - i - \delta}}{\lg n \frac{i + \delta}{i - \delta}}.$$

Man sieht, daß dieses Verhältnis σ von der Zeitkonstante unabhängig ist (Kurve für σ siehe Fig. 21).

Für $i = \delta$ wird $\sigma = 0$;

$i = 1 - \delta$ wird $\sigma = \infty$ und für $i = 0{,}5$ wird $\sigma = 1$.

Dagegen ist σ von δ nicht unabhängig, wie man schon aus der Bestimmung der Grenzwerte $i = \delta$ und $i = 1 - \delta$ erkennt. δ ist also Parameter einer Kurvenschar für σ.

Der Verlauf der Kurve $\sigma = f(i)$ ist in Fig. 21 eingetragen und zwar für das in der Fig. 15 angenommene δ. Die Dauer τ

einer Schwingung rechnet sich zu

$$\tau = t_k + t_e,$$

Setzt man die Werte für t_k und t_e ein, dann ergibt sich für τ als Funktion von i

$$\tau = T \lg n \frac{1 - i + \delta}{1 - i - \delta} \cdot \frac{i + \delta}{i - \delta};$$

oder

$$\tau = T \lg n \frac{\frac{1}{i - \delta} - 1}{\frac{1}{i + \delta} - 1}.$$

Die Schwingungsdauer hängt bei gegebener Zeitkonstante von δ ab, und zwar nimmt τ mit wachsendem δ ab.

Für

$i = \delta$ wird $\tau = \infty$,

$i = 1 - \delta$ wird $\tau = \infty$,

$i = 0{,}5$ wird τ ein Minimum.

In der Fig. 21 ist die Schwingungszahl $\frac{1}{\tau} = f(i)$ aufgetragen. Dieses Pulsieren der Spannung ist natürlich z. B. an Glühlampen, die vom gleichen Netz aus gespeist werden, wahrzunehmen und kann sehr störend wirken, wenn man nicht dafür sorgt, daß $\frac{1}{\tau}$ genügend groß wird. Es ist bekannt, daß bei Wechselstrom mindestens 30 Perioden pro Sekunde notwendig sind, wenn keine Lichtschwankungen wahrnehmbar sein sollen. Hierbei schwankt die Spannung allerdings um 100%. Schwankt die Spannung um weniger, dann sind bei geringerer Frequenz der Schwankungen schon keine Störungen am Licht mehr zu bemerken. Durch eine geeignete Wahl von δ hat man es aber in der Hand, eine genügend hohe Frequenz $\frac{1}{\tau}$ zu erreichen.

Diese Anordnung stellt tatsächlich eine Schnellregulierung dar; denn

1. brauchen die Massen nur äußerst kleine Wege zurückzulegen;

2. es ist ein Mittel zur Überwindung der Trägheit der Magnete vorgesehen, insofern als bei Belastungsänderung sofort ein zu großer Widerstand eingeschaltet oder kurzgeschlossen wird.

Genau der gleiche Reguliervorgang kann auch mit dem früher behandelten, direkt wirkenden Regulator erreicht werden, wenn die Dämpfung entfernt wird und außerdem der Weg des Hebels H genügend klein gemacht wird. Insofern stellt also diese Regulieranordnung keine wesentlich neue Anordnung dar und gehört dem Wesen nach auch zu den direkt wirkenden Regulatoren, wenn auch den verschiedenen Belastungen keine bestimmte Regulatorstellung zukommt, was gewöhnlich als Kriterium für direkt wirkende Regulatoren gilt. Dafür entspricht aber jeder Belastung ein ganz bestimmtes σ.

Praktisch wird jedoch ein solcher Regulator kaum zur Verwendung gelangen, da man mit dem Kontakt a nur ganz geringe Leistungen funkenfrei schalten kann. Auch durch Anwendung der bekannten Mittel, wie Relais, Kondensatoren usw. gelingt es nicht, die praktisch in Frage kommenden Erregerleistungen oft von mehreren Kilowatt zu bewältigen.

Fig. 22.

Das Oszillogramm Fig. 22 zeigt das Verhältnis σ für verschiedene Mittelwerte von i. (Aufgenommen an einem Selbstunterbrecher, dessen Gegenfeder verschieden stark gespannt werden konnte.)

2. Regulierung durch die Erregermaschine.

Nach dem eben Gesagten liegt der Gedanke sehr nahe, diesen eben beschriebenen Regulator nicht mehr in der Erregung des Generators, sondern in der Erregung der Erregermaschine arbeiten zu lassen, wodurch die Schwierigkeiten bezüglich des Schaltens großer Erregerenergieen umgangen werden. Die früher gezeichnete Schaltordnung bleibt, nur wird jetzt der Widerstand, der vor den Magneten der Erregermaschine liegt, kurzgeschlossen und nicht mehr der Widerstand W der früheren Anordnung.

Der Versuch zeigt jedoch, daß bei dieser Anordnung die Frequenz des periodischen Ein- und Ausschaltens des Widerstandes ganz bedeutend gegen vorher abgenommen hat und daß jetzt an der Generatorspannung Pulsationen wahrzunehmen sind. Die Amplituden dieser Pulsationen sind viel größer als der Unempfindlichkeitsgrad des Apparates, wie man leicht am Voltmeter beobachten kann. Ferner kann man am Voltmeter erkennen, daß die Spannung stets noch eine Zeitlang steigt, wenn auch der Widerstand schon wieder eingeschaltet ist.

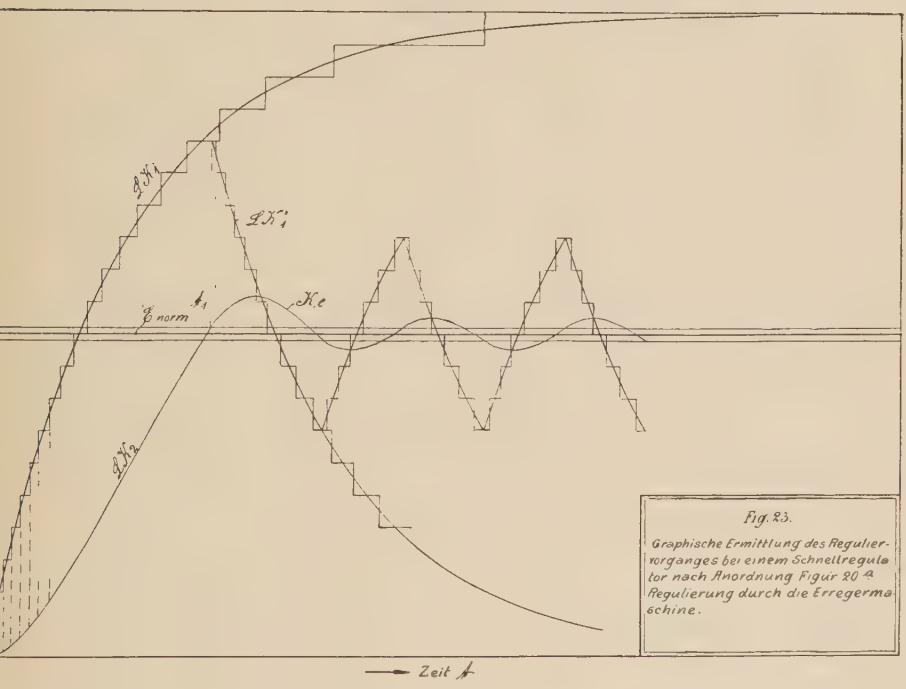

Fig. 23.

Graphische Ermittlung des Regulier-vorganges bei einem Schnellregulator nach Anordnung Figur 20 a Regulierung durch die Erregermaschine.

Diese Erscheinung soll nun erklärt werden.

Wird der Widerstand in der Erregung der Erregermaschine etwa von Hand aus kurzgeschlossen, dann steigt der Erregerstrom i_e der Erregermaschine von einem bestimmten Wert, den er vorher hatte (in der Fig. 23 wurde angenommen vom Werte $i_e = 0$), exponentiell auf den Endwert J in der bekannten Weise

an. Mit dem Erregerstrom steigt natürlich auch die Ankerspannung der Erregermaschine an, und zwar, wie mit genügender Genauigkeit wieder angenommen werden kann, ebenfalls logarithmisch. Diese mit zunehmender Zeit wachsende Ankerspannung liegt an den Magneten des Generators.

Wenn diese nur ohmischen Widerstand und keine Trägheit besäßen, würde der Strom in ihnen gleichzeitig, d. h. ohne zeitliches Nachhinken, ebenfalls logarithmisch ansteigen und mit ihm die Generatorspannung. Dieses Ansteigen des Erregerstromes (oder in einem andern Maßstab: der Generatorspannung) würde nach der Kurve LK_1 (Zeitkonstante $T = 1$ Sek.) erfolgen.

Nun besitzen aber die Magnete Trägheit (Zeitkonstante ebenfalls zu einer Sekunde angenommen). Der wirkliche Verlauf des Erregerstromes, oder was dasselbe ist, der Generatorspannung erfolgt also nicht nach der Kurve LK_1, sondern nach einer Kurve LK_2, die mit Hilfe der früher erläuterten Treppenkonstruktion leicht gefunden werden kann.

Analytisch kann die Gleichung dieser Kurve auf folgende Art erhalten werden.

Die Zeitkonstante des Stromkreises sei T. Die Spannung an den Klemmen des Stromkreises wächst nach einer logarithmischen Kurve mit der gleichen Zeitkonstante T an. Der Annahme nach sind also die Zeitkonstanten gleich. Das Anwachsen des Stromes unterliegt also der Bedingung:

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{T} = \frac{E}{L}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Für die Gleichung

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{T} = 0$$

lautet das Integral:

$$i = \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \cdot z;$$

dabei wird z auf folgende Weise bestimmt.

Bildet man daraus $\frac{di}{dt}$ und $\frac{i}{T}$ und addiert beide Werte, dann erhält man:

$$\frac{di}{dt} = \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \cdot \frac{dz}{dt} - \frac{1}{T}\varepsilon^{-\frac{t}{T}} \cdot z,$$

$$\frac{i}{T} = \frac{1}{T}\varepsilon^{-\frac{t}{T}} \cdot z,$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{T} = \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \frac{dz}{dt},$$

und dies soll nach Obigem sein:

$$\varepsilon^{-\frac{t}{T}} \frac{dz}{dt} = \frac{E}{L}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right);$$

daraus

$$z = \frac{E}{L}\int\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)\varepsilon^{\frac{t}{T}} \cdot dt,$$

$$z = \frac{E}{R}\varepsilon^{\frac{t}{T}} - \frac{E}{L}t + C.$$

Nach Früherem ist

$$i = \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \cdot z$$

also:

$$i = J - \frac{E}{L}t\varepsilon^{-\frac{t}{T}} + C\varepsilon^{-\frac{t}{T}}$$

Nun ist für

$$t = 0; \quad i = 0,$$

also:

$$C = -J; \quad \left(J = \frac{E}{R}\right).$$

Demnach lautet die Gleichung für i:

$$i = J\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right) - \frac{J}{T}\varepsilon^{-\frac{t}{T}} \cdot t.$$

Es wurde in der Figur angenommen, daß eine Spannung von E_n Volt konstant zu halten sei. Der Unempfindlichkeitsgrad wurde zu $\pm 2\%$ angenommen. Sobald also die Spannung des Generators den Wert 102 Volt hat, wird durch den Apparat der Widerstand wieder eingeschaltet. Dies ist im Augenblick t_1 der Fall. Die Kurve LK_1 geht in die Kurve LK_1' über.

Verfolgt man nun den Vorgang mit Hilfe der Treppenkonstruktion weiter, dann findet man, daß die Ankerspannung immer noch steigen muß von der Zeit t_1 an, obwohl die Kurve

LK_1' fällt. Das Ansteigen dauert so lange, bis die Kurve K_e für den wirklichen Spannungsverlauf die Kurve LK_1' schneidet, und zwar hat die Kurve K_e dann gerade ihr Maximum. Das ist auch ganz klar, denn die Kurve LK_1' gibt den Verlauf des Erregerstromes an, wenn die Magnete ohne Trägheit wären. In dem Augenblick aber, wo K_e ein Maximum hat, ist das $-\frac{di}{dt}$ dieser Kurve $= 0$, also auch $L\frac{di}{dt}$, d. h. in diesem Augenblick kommt die Selbstinduktion gar nicht zur Wirkung, sondern nur der ohmische Widerstand.

Ungefähr bei der 2ten Welle sind die Pulsationen der Ankerspannung schon stationär.

Die oben erwähnten Beobachtungen finden also ihre Bestätigung; denn

1. pendelt die Spannung auch nach der Figur um etwa $\pm 5\%$, während der Unempfindlichkeitsgrad $\pm 2\%$ ist.
2. die Frequenz hätte unter gleichen Bedingungen (δ) früher etwa 10 Perioden pro Sekunde betragen, während sie jetzt nur 1,5 Perioden beträgt.

Diese Anordnung ist praktisch vollständig unbrauchbar, da die Spannungspulsationen sehr störend und bei Lichtbetrieb geradezu unzulässig sind.

Nach all dem ist nun folgendes klar:

1. In der Erregung des Hauptgenerators kann ein derartiger Apparat wegen der großen Erregerleistungen nicht arbeiten.
2. Die Anordnung des Unterbrechers in der Erregermaschine ist in der oben angegebenen Weise nicht zulässig, da die Generatorspannung zu stark pulsiert.

Tirrill hat mit dem von ihm erfundenen Regulator diese Schwierigkeiten überwunden. Diesem Apparat liegt folgender neue Gedanke zugrunde:

1. damit die Tätigkeit des Unterbrechers am Licht nicht zu bemerken ist, muß die Trägheit der

Generatormagnete für **das Spiel des Unterbrechers** ausgeschaltet werden.

Dies erreicht man, wenn man die Unterbrecherspule an die Spannung der Erregermaschine legt. Dabei würde ein gewöhnlicher Unterbrecher aber auf eine konstante, durch die Federspannung bestimmte **Erregerspannung** regulieren (siehe Seite 75). Damit sich die Netzspannung regulieren läßt, muß der Unterbrecher nicht nur bei einer, sondern bei beliebigen Erregerspannungen arbeiten können. Diese Möglichkeit kann man dadurch schaffen, daß man

2. die Feder des Unterbrechers **regulierbar** macht, so daß durch die Spannung der Feder jede beliebige Erregerspannung eingestellt werden kann.

Es bleibt noch übrig, gerade die Erregerspannung einzustellen, die bei einer gegebenen Last normale Netzspannung schafft.

Dazu ist

3. ein zweites System erforderlich, das **von der Netzspannung** beeinflußt wird und die Federspannung des Unterbrechers ändert. Dieses System muß bei **normaler** Netzspannung in **jeder** Lage im indifferenten Gleichgewicht sein; bei **Abweichungen** von der normalen Spannung aber darf es in **keiner** Lage im Gleichgewicht sein.

Der Apparat arbeitet nun in folgender Weise:

Wenn die Netzspannung von ihrem normalen Werte etwa infolge einer Laständerung abweicht, so gerät das zweite System in Bewegung und nimmt dabei das erste System mit, so lange, bis die Erregerspannung einen solchen Wert erlangt, daß auch bei der neuen Last die Netzspannung wieder ihre normale Größe annimmt.

3. Wirkliche Anordnung.

Fig. 20b zeigt die Anordnung und die Hauptteile dieses Regulators. Ein Generator arbeitet auf die Sammelschienen S, deren Spannung konstant zu halten ist. Die Erregerwicklung des Generators wird von einer Erregermaschine E geleistet, die selbst wieder eigen- oder fremderregt sein kann. Der Widerstand W vor der Erregung der Erregermaschine wird durch den Regulator abwechselnd ein- und ausgeschaltet.

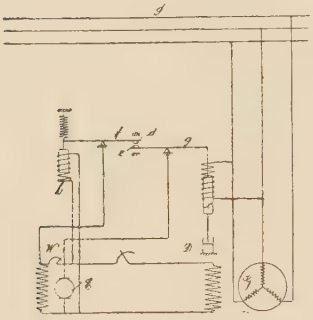

Fig. 20b.

Der Regulator besteht aus 2 beweglichen Kontaktarmen f und g. Der eine davon wird von der Spule b, die an der Ankerspannung der Erregermaschine liegt, der andere von der Spule c, die an der Netzspannung liegt, beeinflußt. Jeder der Kontaktarme trägt einen Kontakt (d und e), zwischen denen der kurzzuschließende Widerstand W liegt.

Die Zugkraft der Spule b ist durch eine Feder, und die der Spule c durch das Gewicht des Kernes ausbalanziert. Der Hebel g ist noch mit einer Dämpfung ausgerüstet.

Es werde nun vorläufig der Hebel g als unbeweglich angenommen, und zwar möge er gerade am unteren Anschlag aufliegen.

Wenn der Kontakt ed geöffnet ist, herrscht eine Erregerspannung, die sehr klein ist, da der ganze Widerstand W eingeschaltet ist. Die Spule b übt dabei eine bestimmte Zugkraft Z_0 auf ihren Kern aus. Die Gegenfeder ist so gewählt, daß sie viel mehr als $-Z_0$ zieht. Der Hebel f wird daher im Uhrzeigersinne gedreht, der Kontakt d und e kommen aufeinander zu liegen. Dadurch wird der ganze Widerstand W kurzgeschlossen, die Spannung der Erregermaschine wächst nach einer Exponentialkurve mit der Zeitkonstante der Erregermaschine an und erreicht schließlich einen Wert E_1. Bei dieser Spannung wird die Zugkraft der Spule gleich der Gegenkraft der Feder.

Die Spannung wächst noch um δE_1 Volt weiter an, weil eine bestimmte überschüssige Kraft nötig ist, um den Hebel in Bewegung zu versetzen. Wird dieser Wert erreicht, dann überwiegt die Zugkraft der Spule, der Kontakt d wird gehoben, so daß der Widerstand eingeschaltet ist. Es beginnt jetzt das bekannte Spiel des Hebels f, ganz analog den Schwingungen eines Selbstunterbrechers, wie es auch schon früher gezeigt wurde und in Fig. 21 gezeichnet ist. (Zickzackkurve um den Mittelwert i_1.) Der Hebel f ist also ausbalanziert, da die mittlere Spulenzugkraft gleich der mittleren Gegenkraft der Feder ist, wenn der Kontaktdruck, den der Hebel g aufzunehmen hat, außer Acht gelassen wird, da er als sehr klein gedacht werden kann (z. B. Kontakt durch Eintauchen eines Stiftes in Quecksilber).

Dreht man nun den Hebel g um einen kleinen Winkel im Uhrzeigersinne, dann wird damit auch der Hebel f etwas gedreht, und zwar entgegen dem Uhrzeigersinne. Infolgedessen wird offenbar die Feder etwas stärker gespannt. Die Spannung E_1, die vorher geherrscht hat, ist nunmehr zu klein, die jetzt herrschende größere Gegenkraft der Feder zu überwinden. Durch das Drehen der Hebel in der eben angegebenen Weise kommen die Kontakte e und d aufeinander zu liegen, wodurch der Widerstand W kurzgeschlossen wird. Hat die Erregerspannung den Wert $E_2 > E_1$ erreicht, dann übt die Spule b eine Zugkraft aus, die gerade der jetzt herrschenden Federspannung das Gleichgewicht halten möge. Aus demselben Grunde wie vorher wird in dieser Stellung der beiden Hebel das vibrierende Spiel des Hebels f beginnen, jedoch nach einer anderen Zickzacklinie wie vorher (siehe Zickzackkurve um i_2 Fig. 21). Auch jetzt ist Hebel f ausbalanziert, denn die Zugkräfte heben sich im Mittel gerade auf. So kann man nachweisen, daß der Hebel f in jeder Lage vibriert und in jeder Lage ausbalanziert ist. Die Spule b ist dabei ohne magnetische Trägheit angenommen.

Die Stellung des Hebels g ist nun aber nicht willkürlich. Wie schon erwähnt wurde, wird der Hebel g durch eine Spule c von der Netzspannung, die konstant zu halten ist, beeinflußt. Auf den Hebel wirken gleichfalls 2 Drehmomente, nämlich erstens

das Drehmoment, das vom Gewicht des Kernes c herrührt (Uhrzeigersinn), und dann das Drehmoment, das von der Spule herrührt, die den Kern nach oben zu ziehen strebt (entgegen dem Uhrzeigersinn).

Hat die Spannung des Generators den normalen Wert, dann ist der Hebel g gerade ausbalanziert, und zwar in jeder Lage zwischen den Anschlägen. Ist aber die Generatorspannung z. B. zu niedrig, dann überwiegt das Moment des Gewichtes und dreht den Hebel g im Uhrzeigersinn. Dadurch wird der Hebel f entgegen dem Sinne des Uhrzeigers gedreht und damit wird in bekannter Weise die Erregerspannung, und damit auch die Netzspannung erhöht. In einer bestimmten Lage des Hebels g herrscht wieder die normale Spannung, der Hebel g ist ausbalanziert, ebenso Hebel f, der ja, wie früher gezeigt wurde, in jeder beliebigen Lage ausbalanziert ist. Ebenso wie Hebel f besitzt natürlich auch Hebel g einen bestimmten Unempfindlichkeitsgrad.

Nach dem Bisherigen ist nun das folgende Wesentliche klar:

1. Hebel f vibriert ständig und ist in jeder Lage ausbalanziert.
2. Der Takt der Hebelschwingungen, der durch das Verhältnis σ gegeben ist, hängt nur von der Zeitkonstante der Magnete der Erregermaschine ab und hat für jeden Mittelwert i einen ganz bestimmten Wert (siehe Fig. 21).
3. Die Zahl der Takte der Hebelschwingungen (in der Sekunde) hängt nur vom Unempfindlichkeitsgrade ab und ist bei einem gegebenen δ mit σ zwangsläufig verkettet. Die Zahl der Schwingungen $= \frac{1}{\tau}$ ist ohne jeden Belang und kann durch Änderung von δ beliebig gewählt werden.
4. Der Hebel g ist nur bei der normalen Spannung ausbalanziert und ist dann in Ruhe und wird nur bei Spannungsänderungen bewegt.

C. Die Stabilität des Reguliervorganges.

1. Der Reguliervorgang.

Nachdem im vorigen Kapitel dargelegt wurde, daß der Regulator die Generatorspannung bei den verschiedenen Belastungen konstant halten kann, soll nunmehr betrachtet werden, wie der Regulierprozeß vor sich geht.

Nach den früher erläuterten Prinzipien muß ein Schnellregulator so eingerichtet sein, daß bei Zunahme der Belastung sofort eine möglichst hohe Erregerspannung an die Magnete des Generators geschaltet wird. Wenn dies momentan geschehen soll, müssen die Massen, die beschleunigt werden müssen, und die Wege, die zurückgelegt werden müssen, sehr klein sein.

Alle diese Forderungen sind bei diesem Apparat von Tirrill erfüllt.

Da der Kontakt d des Hebels f ständig auf Kontakt e des Hebels g vibriert, solange die Belastung konstant ist, braucht sich der Hebel nur ein wenig zu drehen, und sofort ist entweder der ganze Widerstand eingeschaltet oder kurzgeschlossen.

Dreht man nun den Hebel g von Hand aus im Uhrzeigersinn, so kann dies offenbar mit einer solchen Geschwindigkeit erfolgen, daß der Hebel f stets gerade noch auf g liegen bleibt und nie zum Vibrieren kommt. Diese Geschwindigkeit ist durch die Geschwindigkeit des Anwachsens der Erregerspannung gegeben, die ja aus dem Grunde steigen muß, weil der Widerstand W dauernd kurzgeschlossen ist.

Aus der Charakteristik der Spule b, die die Stellung des Kernes und damit die Lage des Hebels f als Funktion der Spannung an der Spule angibt, weiß man nämlich, welche Lage der Kern und der Hebel f bei jedem Werte der Erregerspannung hat. Der zeitliche Verlauf der Erregerspannung beim Kurzschließen des Widerstandes ist aber durch die Zeitkonstante der Magnete der Erregermaschine gegeben. Damit ist also die Geschwindigkeit gegeben, mit welcher Hebel g bewegt werden muß, wenn man den Kurzschluß des Widerstandes W aufrecht-

erhalten will, was dadurch erfolgt, daß die Kontakte e und δ immer gerade noch aufeinander liegen bleiben.

Bei dieser Geschwindigkeit übt der Hebel f auf Hebel g den Druck Null aus.

Die Dämpfungspumpe des Hebels g möge auf einen solchen Wert eingestellt sein, daß diese Bedingung erfüllt ist.

Es soll nun für diesen Fall der Reguliervorgang dargestellt werden. Der Hebel g möge von Hand aus in einer solchen Lage festgehalten werden, daß der Hebel f nach einer Zickzackkurve auf ihm vibriert, deren Takt σ durch die Zickzackkurve über den Wert i_1 der Fig. 24 dargestellt ist. Besäßen die Magnete des Generators keine magnetische Trägheit, dann würde der Strom in der Erregerwicklung und damit die Generatorspannung nach der Zickzackkurve über i_1 pulsieren.

Nun besitzen aber die Magnete des Generators eine bestimmte Trägheit (Zeitkonstante derselben gleich 1 Sekunde angenommen). Es wird also in der Erregerwicklung ein Strom

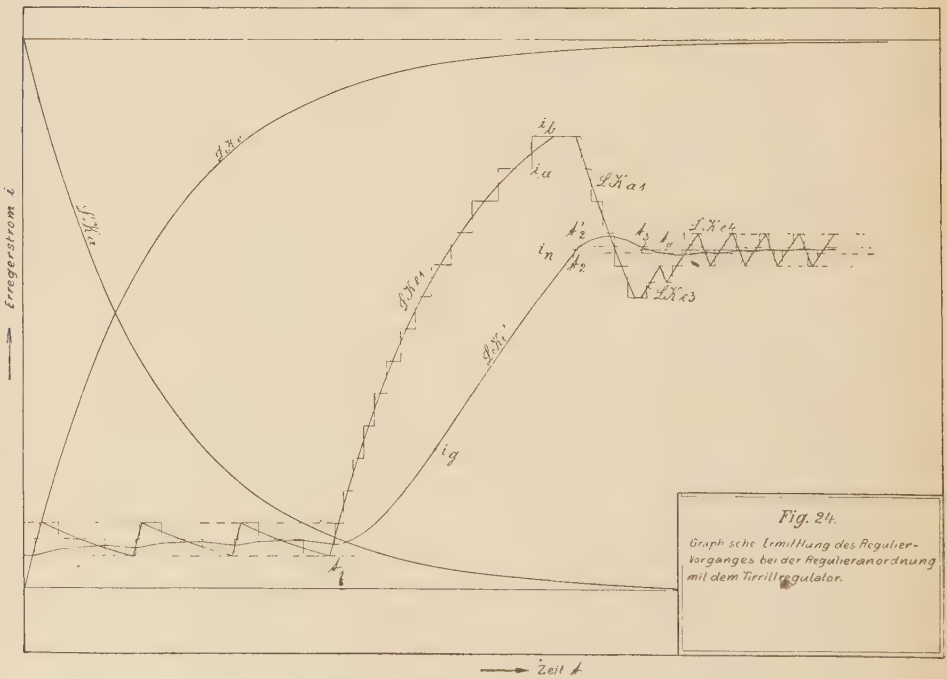

Fig. 24.

Graphische Ermittlung des Regulier-vorganges bei der Regulieranordnung mit dem Tirrilregulator.

fließen, dessen Verlauf durch die Kurve i_g dargestellt ist. Die Kurve i_g wurde mittels der von früher her bekannten Treppenkonstruktion ermittelt. Nur wurde dieses Mal die Stromkurve nicht mit Hilfe der logarithmischen Kurven, sondern der Einfachheit halber mit Hilfe der Tangenten an diese Exponentialkurven in bekannter Weise konstruiert.

Es werde angenommen, daß bei diesem Erregerstrom eine viel geringere Spannung als die konstant zu haltende herrscht. Um die Normalspannung herzustellen, sei ein Erregerstrom i_n notwendig. Der Hebel g ist also nicht ausbalanziert und würde sich im Uhrzeigersinn bewegen, wenn er nicht von Hand festgehalten würde.

Zur Zeit t_1 möge nun der Hebel g freigegeben werden. Er wird sich sofort im Uhrzeigersinn drehen und dadurch den Widerstand W kurzschließen.

Der Verlauf der Erregerspannung oder in einem anderen Maßstab des Erregerstromes des Hauptgenerators für $T = 0$ ist durch die Kurve LK_{a1} gegeben. Den wirklichen Verlauf des Erregerstromes bei $T = 1$ Sek. zeigt die Kurve LK_2'.

Zur Zeit t_2 hat der Strom und damit die Generatorspannung gerade den normalen Wert minus $\delta_g \cdot E_n$, wenn δ_g der Unempfindlichkeitsgrad des Hebels g ist. In diesem Augenblick bleibt der Hebel g sofort stehen, wodurch die Kontakte e und d gelüftet werden. Die Kurve geht infolgedessen in die Kurve LK_a über, d. h. der Hebel f würde zu vibrieren beginnen, und zwar zwischen i_a und i_b. Aber unterdessen hat die Kurve LK_r' den Wert $i_n + \delta_g i_n$ überschritten, bis die Kurve LK_a den Wert i_a erreicht hat, so daß der Hebel f nicht zum Vibrieren kommen kann, da der Hebel g sich entgegen dem Uhrzeigersinn zu drehen beginnt. Die Kontakte bleiben also offen. Der Hebel f folgt zwar dem Hebel g, kann ihn aber nach den oben gemachten Annahmen bezüglich der Dämpfung nicht einholen.

Zur Zeit t_3 hat der Erregerstrom den Wert $i_n + \delta_g i_n$ angenommen, der Hebel g bleibt infolgedessen sofort stehen. Hebel f sinkt noch weiter mit der abfallenden Erregerspannung, kommt aber sofort auf den jetzt ruhenden Hebel g zu liegen, dem er stets nachgefolgt war. Die Kurve LK_{a1} geht also zur Zeit t_3

in die Kurve $LK_{\varepsilon 3}$ über. Mit Hilfe der Treppenkonstruktion findet man den weiteren Verlauf des Erregerstromes des Generators. Da sich dieser in der nun folgenden Zeit innerhalb des Unempfindlichkeitsgrades hält, hat der Hebel g keine Ursache, sich zu bewegen. Er bleibt also in Ruhe.

Von früher her ist bekannt, daß Hebel f stets ausbalanziert ist, sobald er frei schwingen kann, und das ist jetzt der Fall, da Hebel g in Ruhe ist.

Wie die Figur zeigt, hat jedoch der Hebel f kaum zu vibrieren begonnen, so ist die Kurve für den Verlauf des Erregerstromes unter die untere Unempfindlichkeitsgradgrenze gesunken, wie mit Hilfe der Treppenkonstruktion gefunden wird. In diesem Augenblick (t_4) bewegt sich der Hebel g im Uhrzeigersinn und schließt dadurch den Widerstand W kurz, denn er kommt sofort an Hebel f zu liegen. Dadurch kommt der Erregerstrom des Generators wieder zwischen die Unempfindlichkeitsgradgrenzen (t_5), und der Hebel g bleibt sofort stehen. Infolgedessen kann Hebel f das Vibrieren beginnen, wie die Figur zeigt.

Man sieht, daß der Erregerstrom des Generators und damit die Generatorspannung die Pulsationen nur noch im geringen Maße mitmacht, daß der Erregerstrom dabei aber noch langsam weiter ansteigt.

Zeichnet man mit Hilfe der Treppenkonstruktion den Verlauf des Erregerstromes des Generators für mehrere Zickzackkurven mit verschiedenem σ, so zeigt sich, wie man auch leicht durch Überlegen finden kann, daß die Strompulsationen für $\sigma = 1$ um die Mittellinie der Zickzackkurve erfolgen, für $\sigma < 1$ aber einem Werte zustreben, der unterhalb dieser Mittellinie liegt, und zwar um so tiefer, je kleiner σ ist, und für $\sigma > 1$ einem Werte, der oberhalb dieser Mittellinie liegt, und zwar um so höher, je größer σ wird.

Im vorliegenden Falle kommt diese Kurve nicht mehr über die obere Unempfindlichkeitslinie hinaus. Offenbar kann es jedoch bei einem anderen σ vorkommen, daß der Erregerstrom nach einiger Zeit die Unempfindlichkeitsgradgrenzen nochmals überschreitet, so daß beide Hebel ihre Lage ändern müssen, obwohl also gar keine Belastungsänderung aufgetreten ist.

Dies kann man an einem Tirrillregulator, der in Betrieb ist, sehr leicht beobachten. Schon vielfach wurde das Pendeln des Apparates, das dabei auftritt, auf das Feuern der Kontakte zurückgeführt, was sicherlich auch mit Ursache ist. Nach dem Obigen kann aber auch ein ideal arbeitender Regulator zum Pendeln kommen.

Es soll nun der Reguliervorgang betrachtet werden, wenn die Dämpfung des Hebels g auf einen anderen Wert eingestellt ist, als eben angenommen wurde.

1. Die Dämpfung ist auf einen kleineren Wert eingestellt.

Während vorher beide Hebel beim Ausregulieren eines Spannungsabfalles mit ihren Kontakten nach oben gingen, und zwar mit einer solchen Geschwindigkeit, daß ihre Kontakte gerade noch geschlossen blieben, dreht sich jetzt Hebel g und damit auch Hebel f bei der gleichen Spannung des Generators viel schneller als vorher, da von der Kraft, die den Hebel g zu drehen sucht, jetzt durch die Dämpfung weniger hinweggenommen wird als vorher, so daß nunmehr ein größerer Teil der Kraft auf die Massenbeschleunigung kommt. Dadurch, daß sich beide Hebel schneller drehen als vorher, und damit schneller, als die Erregerspannung und mit ihr die Zugkraft der Spule b anwächst, eilt der Hebel b der ihm eigentlich zukommenden Lage voraus. Wenn jetzt die Generatorspannung den Wert der unteren Unempfindlichkeitsgrenze annimmt, bleibt Hebel g zwar stehen, so lange nämlich, als die Generatorspannung innerhalb der Unempfindlichkeitsgrenzen verläuft (in der Figur von t_2 bis t_2'). Hebel f müßte nun auf Hebel g vibrieren, wenn er ausbalanziert wäre. Das ist aber nicht der Fall, da die Erregerspannung sichtlich noch nicht den Wert hat, daß die Zugkraft der Spule b der Federspannung das Gleichgewicht halten kann. Hebel f liegt also noch mit Druck auf Hebel g auf.

Dieser dreht sich von der Zeit t_2' an entgegen dem Uhrzeigersinn, da die Spannung in diesem Augenblick über die obere Unempfindlichkeitsgrenze hinauswächst. Der Hebel f folgt ihm nach und hält die Kontakte ed noch geschlossen, da er ja noch mit Druck auf Hebel f aufliegt.

Obwohl sich also Hebel *g* entgegen dem Uhrzeigersinn dreht, bleibt der Kontakt *ed* noch eine Zeitlang geschlossen.

Es kommt nun ein Augenblick, wo die Erregerspannung und die Stellung des Kernes in der Spule *b* gerade übereinstimmen, so daß Hebel *f* in diesem Moment ausbalanziert ist. Da Hebel *g* wegen der zu hohen Generatorspannung noch weiter sinkt, wird sofort der Kontakt *ed* gelüftet, so daß die Erregerspannung abfällt.

Hebel *g* dreht sich aber immer noch weiter entgegen dem Uhrzeigersinn; denn wenn jetzt auch die Erregerspannung abfällt, bleibt doch die Generatorspannung eine Zeitlang immer noch größer als der Normalwert. (Siehe z. B. Verlauf der Generatorspannung zur Zeit t_2' bis t_3.)

Hebel *f* eilt Hebel *g* natürlich nach, und zwar mit der Geschwindigkeit, mit der die Spannung des Erregers abfällt. Da aber die Dämpfung des Hebels *g* so eingestellt ist, daß er sich schneller bewegen kann als Hebel *f*, wird dieser ihn nicht einholen können.

Erst wenn die Generatorspannung wieder innerhalb der Unempfindlichkeitsgrenzen verläuft, bleibt Hebel *g* stehen, und erst von jetzt ab kann das Vibrieren des Hebels *f* beginnen.

Dieses Vibrieren wird aber auch nicht lange dauern, da der Hebel *g* offenbar zu tief steht und mit der nun weiter abfallenden Spannung wieder nach oben wandern muß.

Der Reguliervorgang braucht nicht länger verfolgt zu werden, denn man erkennt schon, daß der Regulator um seine neue Ruhelage pendelt. Allerdings werden die Amplituden der Schwingungen mit der Zeit abnehmen, und zwar um so schneller, je größer die Dämpfung gewählt wird. Wäre keine Dämpfung und Reibung vorhanden, dann würden die Pendelschwingungen nie erlöschen.

2. Die Dämpfung ist auf einen größeren Wert eingestellt.

Nach dem Vorhergehendem ist es leicht, den Vorgang bei dieser Einstellung der Dämpfung zu bestimmen.

Der Hebel *g* bewegt sich jetzt langsamer, als die Erregerspannung und damit die Zugkraft der Spule *b* anwächst. Damit ist aber die Stellung des Hebels *f* gegeben, der sich natür-

lich auch schneller bewegen will. In dem Augenblick aber, in dem er sich schneller bewegt, verliert er den Kontakt mit Hebel *g*, die Erregerspannung beginnt zu fallen und damit die Zugkraft der Spule *b*.

Hebel *g* wird sich immer noch weiter im Uhrzeigersinn bewegen, während Hebel *f* wieder auf *g* fallen muß, da die Zugkraft der Feder überwiegt. Dieses Spiel wiederholt sich von jetzt an ständig wieder, bis endlich die Netzspannung normal wird und Hebel *g* stehen bleibt. Von da an vibriert Hebel *f* auf Hebel *g*.

Beim Reguliervorgang ist der Umstand, daß die Zeitkonstante durch Einschalten von Widerstand kleiner wird als beim Kurzschließen desselben, von großem Einfluß.

Im Vorhergehenden wurde gezeigt, daß die Geschwindigkeit des Anwachsens resp. Abfallens des Erregerstromes für die Einstellung der Dämpfung maßgebend ist; denn der Hebel *f* bewegt sich verschieden schnell, je nach der Geschwindigkeit des Anwachsens des Erregerstromes resp. der Ankerspannung.

Stellt man nun die Dämpfung z. B. für die Geschwindigkeit des Hebels *f* beim Kurzschließen des Widerstandes ein, dann stimmt diese Einstellung nicht mehr für die Geschwindigkeit des Hebels *f* beim Einschalten des Widerstandes.

Praktisch wird man natürlich auf eine mittlere Dämpfung einstellen. Man wird dann allerdings beim Reguliervorgang bei plötzlichen großen Be- und Entlastungen des Generators die Erscheinungen, die oben bei zu großer resp. zu kleiner Dämpfung besprochen wurden, wahrnehmen können.

2. Einfluß der vernachlässigten Größen.

Bei den obigen Ableitungen wurde vorausgesetzt, daß die Zeitkonstanten der beiden Maschinen für die Ein- und Ausschaltkurve gleich seien. Das trifft wohl beim Generator, nicht aber bei der Erregermaschine zu. Denn das Regulieren erfolgt durch Kurzschließen eines Widerstandes, so daß also das Anwachsen der Erregerspannung mit einer anderen, und zwar größeren Zeitkonstante erfolgt als das Abfallen. Dies könnte man bei der

Darstellung des Reguliervorganges sehr leicht berücksichtigen. Auf alle Fälle wirkt es aber nur günstig, wenn die Zeitkonstante klein wird.

Damit ändern sich die Formeln für σ und τ, wie folgt:

T_e sei die Zeitkonstante der Erregermaschine bei eingeschaltetem Widerstand.

T_k sei die Zeitkonstante der Erregermaschine bei kurzgeschlossenem Widerstand.

$$\sigma = \frac{T_k \lg n \frac{1-i+\delta}{1-i-\delta}}{T_e \lg n \frac{i+\delta}{i-\delta}}.$$

$$\tau = T_k \lg n \frac{1-i+\delta}{1-i-\delta} + T_e \lg n \frac{i+\delta}{i-\delta}.$$

Aus dem Diagramm für den Reguliervorgang ist bekannt, daß die Ankerspannung infolge des Vibrierens von Hebel f ebenfalls Schwingungen ausführt mit gleicher Frequenz der Erregerspannungspulsationen, aber mit sehr kleiner Amplitude. Man sieht, daß die Maxima beider Pulsationen um 90° gegeneinander verschoben sind. Natürlich bekommt Hebel g dadurch kleine Impulse, denen er aber wegen der Dämpfung nur wenig folgen wird. Dazu kommt noch, daß der Hebel g auch den Kontaktdruck von Hebel f aufzunehmen hat. Es hat sich jedoch gezeigt, daß der Hebel g trotz der beiden periodisch auf ihn wirkenden Kräfte in Ruhe bleibt, so daß die Annahme, die Kräfte können als klein vernachlässigt werden, berechtigt ist.

Der Einfluß der übrigen gemachten Vernachlässigungen wurde bereits bei anderen Gelegenheiten eingehend besprochen.

3. Dauer des Reguliervorganges.

Die Dauer des Reguliervorganges hängt im wesentlichen ab

1. von der Größe der Zeitkonstanten der Erregermaschine und des Generators;
2. von den zu bewegenden Massen des Regulators und den Regulatorwegen.

1. Ist die Zeitkonstante bei der Maschine gegeben, dann kann die Dauer des Reguliervorganges durch die Wahl eines

möglichst großen Kurzschlußwiderstandes stets auf einen praktisch brauchbaren Wert herabgedrückt werden. Auf alle Fälle muß die Erregermaschine so reichlich bemessen sein, daß auch bei Eintritt der größten Belastung durch Kurzschließen des Widerstandes eine wesentlich höhere Erregerspannung auftritt, als gerade notwendig ist.

2. Die Massen sind bei diesem Regulator bereits auf das kleinste Maß herabgedrückt und ebenso die Regulatorwege.

Nach den bisher bekannt gewordenen Erfahrungen genügt auch dieser Regulator allen praktischen Anforderungen im hohen Maße. Der Regulierprozeß soll nach diesen Angaben auch bei großen Stößen so schnell beendet sein, daß am Licht und Spannungszeiger gar keine Schwankungen mehr wahrnehmbar sind. Daß aber beim Regulierprozeß Spannungsschwankungen auftreten und mit einem Oszillographen zu konstatieren sein müssen, liegt wohl außer allem Zweifel.

D. Versuchsergebnisse.

Die im Vorhergehenden aufgestellten Theorien wurden durch Versuche an einem Regulator System Tirrill der British Thomson Houston Co. geprüft.

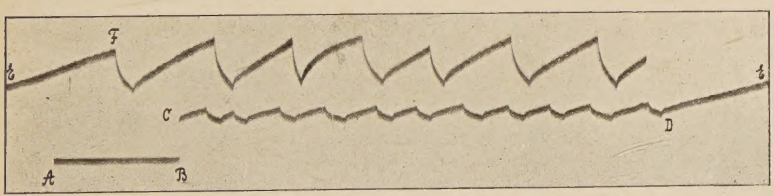

Fig. 25.

Es wurde vor allem der Reguliervorgang mit Hilfe des Oszillographen beobachtet. Der Regulator war in der Erregung einer selbsterregenden Maschine angeordnet im Gegensatz der früheren Annahme, wo eine fremderregte Maschine angeordnet war.

Fig. 25 zeigt den Verlauf des Erregerstromes der Erregermaschine beim Zuschalten der Last.

Die Papierlänge des Oszillogrammes entspricht einer Zeit von ca. 2 Sekunden. Die Linie AB ist die Nullinie. Bei B wurde der Leerlauferregerstrom eingeschaltet (BC). Die Zickzacklinie CD zeigt die Pulsationen des Stromes. Die Schwingungszahl ist nicht ganz regelmäßig wegen der Funkenbildung an den Kontakten.

Bei D wurde die Last zugeschaltet. Der Erregerstrom wächst infolgedessen sofort an, und zwar nach der Kurve DEF. Bei F ist die Generatorspannung wieder normal, infolgedessen beginnt bei F das Vibrieren wieder. Man sieht, daß sowohl die Zahl der Schwingungen als auch das Verhältnis σ ein anderes ist und auch die Amplitude der Zickzackkurve. Die Amplitude der Zickzackkurve hängt vom Unempfindlichkeitsgrad und dieser wesentlich von der Federkonstante des Unterbrechers und von konstruktiven Details ab.

Bei diesem Versuch war die Dämpfung so eingestellt, daß sich die normale Spannung nach Zuschalten der Last aperiodisch einstellte. Durch Verstellen der Dämpfung konnte man sehr schön die früher beschriebenen Erscheinungen beobachten. Ohne Dämpfung pendeln die Hebel von einem Anschlag zum andern.

Aus dem Oszillogramm ist zu ersehen, daß der Reguliervorgang ca. $^3/_4$ Sekunden dauerte.

Im großen und ganzen haben die Versuche also die aufgestellten Theorien bestätigt.